Sofia da Conceição Carvalho Piçarra Trindade

Contributo dos ambientes de geometria dinâmica para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática

Lisboa
2010

Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Nova de Lisboa

Departamento de Matemática

Contributo dos ambientes de geometria dinâmica para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática

Sofia da Conceição Carvalho Piçarra Trindade

“Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Ensino da Matemática”

Orientador: António Manuel Dias Domingos

Resumo

O presente trabalho centra-se no processo de ensino e aprendizagem, com recurso aos materiais que compõem os projectos editoriais disponíveis para os alunos. A aprendizagem dos alunos baseia-se na exploração de *applets* de geometria dinâmica, que é feita com a ajuda de guiões. Neste estudo pretende-se caracterizar: a forma como os alunos encaram estes instrumentos e o seu papel no processo de ensino e aprendizagem, o ambiente de sala de aula gerado por aulas centradas neste tipo de ferramentas e ainda os processos de aprendizagem dos alunos quando envolvidos em tarefas que implicam o recurso a *software* de geometria dinâmica.

A Metodologia utilizada é de índole qualitativa e recorre à Investigação - Acção. No desenrolar do estudo procura-se apresentar e discutir as actividades em sala de aula. A investigação assenta numa recolha exaustiva de dados sobre a forma como os alunos encararam, resolveram e responderam às tarefas que lhe eram propostas. As tarefas apresentadas foram desenvolvidas em trabalho de pares, apelando à interacção entre os alunos como forma de facilitar a construção do seu próprio conhecimento.

Na tarefa sobre a Desigualdade Triangular, os alunos desenvolvem o pensamento algébrico através da manipulação de figuras geométricas, justificando as suas respostas de ambas as formas. O software de geometria dinâmica contribuiu para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos: melhoram o seu empenho, a concentração e motiva-os para a aprendizagem. Os alunos respondem com entusiasmo e interesse às actividades propostas e mostram facilidade em manipular os recursos informáticos. A aprendizagem dos alunos assentou em três aspectos: a discussão entre pares, a exploração das *applets* e o facto de terem de registar as suas conclusões nos guiões fornecidos. Os alunos aprendem explorando, discutindo com os colegas, e verificando as suas conjecturas ao invés de centrarem o processo de aprendizagem na figura do professor. A reflexão que este tipo de tarefas proporcionou, revelou-se uma mais valia para a compreensão dos conceitos matemáticos explorados.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem, tecnologias, geometria dinâmica, trabalho de pares, construção do conhecimento.

Abstract

This work is focused on the teaching and learning process using the editorial projects' materials that are available to students. The students' learning is based on the exploration of dynamic geometry *applets*, which is performed with the aid of designed tasks (worksheets). This study aims at characterizing: the way that students confront and deal with these instruments and their role in the teaching and learning process, the environment of the classroom lessons that are focused in this type of tools, and the students' learning processes when they are involved in tasks that require using dynamic geometry software.

The methodology is of qualitative nature and uses Educational Action Research methods. The classroom activities are presented and discussed throughout the study. The research is based on the exhaustive acquisition of data concerning how students answered, confronted and dealt with the proposed assignments. Students worked in pairs in the proposed tasks, calling on to their interaction in order to facilitate the construction of their own knowledge.

Students developed their algebraic thinking through the manipulation of geometric figures in the task about the Triangular Inequality, and justified their answers in both ways. The dynamic geometry software contributed to the students' teaching and learning process by improving the students' endeavour and concentration, and motivating them to learn. The students reacted with enthusiasm and interest to the proposed activities, and used the computer resources without great effort. The students' learning was based on three features: the discussion within the pairs of students, the *applets* exploration and the fact that they had to register their conclusions is the worksheets. The students learn exploring, discussing with colleagues, and verifying their conjectures instead of focusing the learning process on the teacher's figure. This type of tasks provided a valuable thought for the comprehension of the explored mathematical concepts.

Key-words: teaching and learning, technologies, dynamic geometry, student pair work, knowledge construct.

Dedicatória

Ao Guilherme e ao Tomás

Agradecimentos

Uma tese de mestrado, seja qual for o estudo que envolve, tem sempre a colaboração, quer de forma directa, quer indirecta, de muitas pessoas. Não posso deixar de manifestar a minha enorme gratidão a todas elas.

Aos meus colegas de departamento, em particular à Alexandra, à Ana e à Andreia, cuja ajuda e amizade foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Ao Conselho Executivo, pelo apoio nos vários aspectos relacionados com a organização do estudo.

Aos alunos que participaram neste estudo, ajudaram-me a ser uma melhor professora.

À Cris, inquestionável amiga, cujas críticas e opiniões foram sempre preciosas.

Aos meus pais, irmã, também aos meus tios, pelo incentivo e pelo carinho essenciais para que o cansaço não vencesse a persistência.

Ao orientador, Professor Doutor António Domingos, pela sua incasável dedicação ao trabalho, simpatia e generoso conhecimento intelectual, que por vezes transcenderam em muito as exigências da sua responsabilidade.

Ao João, em especial aos meus filhos, que me desculpem todo o tempo que lhes roubei.

Índice

Índice de Tabelas

Índice Anexos

Índice de Figuras

«*El matemático experto comienza su aproximación a cualquier cuestión de su campo con el mismo espíritu explorador con el que un niño comienza a investigar un juguete recién estrenado, abierto a la sorpresa, con profunda curiosidad ante el misterio que poco a poco espera iluminar, con el placentero esfuerzo del descubrimiento. Por qué no usar este mismo espíritu en nuestra aproximación pedagógica a las matemáticas?*»

Miguel de Guzmán

CAPÍTULO I

1 Introdução

O primeiro capítulo deste trabalho apresenta as motivações que levaram à realização da investigação a que se refere esta dissertação. Identifica-se o problema de estudo e refere-se o seu contexto. Finalmente são explicitados os objectivos da investigação.

1.1 Motivações Pessoais

As questões do ensino da geometria, com os contornos actuais, nomeadamente com a introdução das tecnologias na escola e na sala de aula, são relativamente recentes. Foi no final da década de noventa, nomeadamente com a participação no *V Encontro de Investigação em Educação Matemática* no ano de 1996, que aconteceu o primeiro contacto da investigadora com *software* de geometria dinâmica: o programa *Cabri Geometre*. Nesse ano, no encontro nacional de professores de Matemática, ProfMat, a apresentação da aplicação *Modellus*, despertou ainda mais a atenção da investigadora para o potencial deste tipo de ferramentas.

No ano da realização do estágio pedagógico da investigadora, não foi possível criar condições a vários níveis para a utilização das tecnologias em sala de aula. Na escola onde me encontro actualmente a leccionar, a oferta de escola tem o nome de *Matlab*. Esta área curricular decorre no segundo e no terceiro ciclos, sendo no terceiro ciclo atribuída ao oitavo ano. A responsabilidade desta área fica a cargo dos docentes de Matemática. Nesse espaço, de actividades de carácter exploratório, lúdico, de aplicação de conhecimentos, são realizadas tarefas onde se utilizam aplicações informáticas de geometria dinâmica como o *Cabri Geometre*, o *Geometer Sketchpad* e outros. Para que este tipo de aulas seja possível, é necessário que existam nas escolas condições físicas, técnicas e de *software*. Nesta escola, estavam reunidas as condições que permitiram a realização deste tipo de investigação.

Os resultados dos exames quer no Ensino Básico quer no Ensino Secundário, não são de todo animadores, basta estarmos atentos às notícias, artigos, sites, e as preocupações sobre a forma de melhorar este quadro são enormes e legítimas, quer por parte dos docentes, quer da própria tutela da educação. A prová-lo estão os Novos Programas de Matemática para o Ensino Básico, já elaborados e cuja entrada em vigor, para todas as escolas está prevista para 2010/2011, embora, sob a forma de "projectos piloto", estejam já a ser testados no presente ano lectivo (2008/2009). Neste documento, quer nos objectivos, quer nas indicações metodológicas, o apelo às novas tecnologias é evidente, em particular na área da Geometria.

A última acção de Formação em que a investigadora participou (Outubro a Dezembro de 2008) foi sobre os Novos Programas de Matemática do Ensino Básico, na área da Geometria. Uma das questões discutidas nessa formação foi a ênfase dada nestes programas à utilização das tecnologias na sala de aula.

A propósito de computadores na escola, Borba e Penteado (2003), escrevem que enquanto os computadores ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da actividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas actividades escolares.

Também o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), refere-se à tecnologia nos seus princípios, mais precisamente, no *Princípio para a Tecnologia* – (Princípios e Normas para a Matemática Escolar, 2008). Neste princípio pode ler-se:

> A tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos.

Tal justifica-se pela qualidade e rigor das imagens, pela facilidade do manuseamento das tecnologias por parte dos alunos, a variedade de exemplos que é possível construir e analisar em pouco tempo, programas facilitadores da organização e análise de dados, do cálculo, nomeadamente os que implicam números grandes, o envolvimento dos alunos com ideias matemáticas abstractas, etc.

Mais adiante neste documento, sobre normas que dizem respeito à geometria, pode ainda ler-se:

> Através da utilização de modelos concretos, desenhos e programas de geometria dinâmica, os alunos poderão envolver-se activamente com conceitos geométricos (…) formular e explorar conjecturas e poderão aprender a raciocinar cuidadosamente sobre as noções geométricas.

Alguns investigadores portugueses na área do ensino da matemática, mostram claramente a sua preocupação com o facto de uma mudança nas práticas lectivas, nomeadamente no que concerne à geometria e recorrendo às tecnologias de informação, nos poder levar a melhorar o ensino e aprendizagem desta disciplina. Por exemplo, Abrantes e outros (1999) exaltam a importância da geometria nas práticas dos docentes, afirmando que a riqueza e variedade da mesma constituem argumentos muito fortes para a sua valorização no currículo e nas aulas de Matemática. Este autor justifica a afirmação, dizendo que em geometria se contacta com uma grande variedade de objectos e situações; que é uma fonte de problemas de vários tipos, como por exemplo de visualização e de representação. Diz ainda, que as actividades de investigação nesta área conduzem à necessidade de lidar com aspectos essenciais da natureza da própria Matemática. O mesmo autor defende também, que as explorações e investigações nesta matéria se podem fazer em todos os níveis de escolaridade e com diversos níveis de desenvolvimento.

Ponte (1997) é de opinião que a utilização do computador põe em causa o que é conhecimento e a forma como ele se adquire. Faz além disso alusão ao interesse em estudar o modo como o computador pode proporcionar novos desenvolvimentos no conhecimento. Não se espera, naturalmente, que os alunos descubram ou inventem novos resultados matemáticos, mas sim, que sejam capazes de realizar actividades matemáticas com alguma autonomia, tanto no que se refere à resolução de problemas como à exploração de regularidades. Espera-se também que os alunos consigam formular e testar conjecturas, e sejam capazes de as analisar e justificar. Poderão, deste modo, sentir-se mais envolvidos na elaboração do seu próprio conhecimento e de conseguir uma apropriação mais profunda desse saber. Pelo facto de se disponibilizarem diferentes representações com recurso a computadores e/ou calculadoras, leva a que sejam alargadas as possibilidades de aprendizagem da matemática face a uma situação real (Matos, 1997).

Afirmamos então que as razões fundamentais que justificam a pertinência deste tipo de estudos são, por um lado, a preocupação com a aprendizagem dos alunos e consequente melhoria dos resultados escolares. Por outro a importância das Tecnologias de Informação e Comunicação nas práticas pedagógicas e finalmente o papel que a geometria deve ter nos currículos escolares.

O problema central desta investigação baseia-se na utilização, em sala de aula, do CD que acompanha os manuais escolares de matemática dos alunos. A questão principal, é tentar perceber de que forma a inclusão destas ferramentas nas práticas lectivas contribui para o processo de ensino e aprendizagem.

Mais concretamente, este estudo pretende perceber de que forma a utilização dos CD’s incluídos no projecto do manual Giz de Cor – sétimo ano, nos conteúdos do Tema

Geometria: *Ângulos, Ângulos e triângulos e Desigualdade Triangular* influenciam a aprendizagem destes conceitos por parte dos alunos.

Para este trabalho, foram seguidas algumas sugestões metodológicas e planificação contidas no CD de oferta do professor, pois enquadram a utilização do CD do aluno nas aulas.

Nesta investigação – como noutras que se debruçam sobre métodos de ensino e aprendizagem em contextos de sala de aula – houve necessidade de alguma revisão de literatura, no sentido de procurar um enquadramento teórico coerente com o objectivo traçado. Procurou-se, essencialmente, uma "lógica" à luz das teorias quer referentes ao processo de ensino e aprendizagem como um todo, quer em relação ao contributo das Tecnologias da Informação e Comunicação nesse processo.

1.2 Contexto e definição do problema

A escola onde decorreu a investigação aderiu ao Plano de Acção da Matemática (PAM). Este plano é um projecto do Ministério da Educação[1] e foi definido em Junho de 2006, após reflexão sobre os resultados dos exames de Matemática do 9º ano de 2005. O objectivo principal deste plano, é melhorar o ensino da Matemática e assenta em seis acções constituídas por quinze medidas. As acções englobam vários níveis, desde a formação contínua e inicial dos docentes, aos programas, à criação de um banco de questões ou à avaliação dos manuais escolares. Quanto às medidas, variam entre a criação de condições físicas nas escolas, a formação e acompanhamento dos docentes, passando pelo reajustamento dos programas ou a disponibilização de recursos de diversos tipos pelo Ministério da Educação. Este ano lectivo, o projecto encontra-se no seu terceiro ano. O que se pôde constatar, nesta escola, foi que o insucesso da disciplina é mais evidente quando os alunos transitam do sexto para o sétimo ano. É na mudança de ciclo que o insucesso é mais notório. Foi no sétimo ano que a maior parte das medidas do PAM foram implementadas. Neste ano de escolaridade, a área curricular *Estudo Acompanhado*, foi atribuída aos docentes de Matemática, com quarenta e cinco minutos em assessoria com outro docente, também de Matemática. O principal objectivo era proporcionar aos alunos um espaço onde pudessem desenvolver o seu

[1] Ver sítio http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Paginas/Plano-Accao_Matematica.aspx

trabalho com o auxílio de docentes desta disciplina de uma forma mais individualizada e sistemática.

No final de cada ano lectivo, é feita uma reflexão sobre o mesmo nas várias vertentes, nomeadamente no que concerne ao insucesso desta disciplina, daqui resultam definições de novas estratégias ou reforço das existentes.

Sendo no sétimo ano que as atenções dos docentes estavam mais centradas, fez sentido à investigadora que fosse neste ano de escolaridade que se focasse o seu estudo.

1.3 Objectivos e questões de investigação

Com este estudo pretende-se compreender, como é que os materiais electrónicos que acompanham os manuais escolares dos alunos, podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria. Outro objectivo é perceber de que modo o recurso a estes instrumentos, pode influenciar a forma como os alunos aprendem.

Mais concretamente, pretende-se:

1. Perceber a forma como os alunos encaram estes instrumentos e qual o seu papel no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos;
2. Caracterizar o ambiente de sala de aula gerado por aulas centradas neste tipo de ferramentas;
3. Caracterizar a aprendizagem dos alunos evidenciando os processos que estes desenvolvem, quando envolvidos em tarefas que implicam a utilização de *software* de geometria dinâmica.

1.4 Organização da Investigação

No segundo capítulo é feita uma revisão de literatura. Faz-se referência às tecnologias da educação, nomeadamente à aprendizagem em ambientes de geometria dinâmica. Salientam-se também as vantagens do trabalho de pares e da interacção dos alunos como forma de facilitar a construção do conhecimento. Tendo em conta que a preparação das aulas a que se refere esta investigação teve em conta as orientações dos Novos Programas de Matemática para o Ensino Básico, são aqui apresentados alguns aspectos da organização dos mesmos. Em particular, apresentam-se objectivos gerais e orientações metodológicas correspondentes ao tema Geometria.

Do terceiro capítulo faz parte a metodologia. Abordam-se alguns aspectos da investigação qualitativa, dando particular relevo à Investigação – Acção. Faz-se referência às técnicas de recolha de dados e à organização e calendarização do trabalho. São caracterizados os participantes no estudo e a escola em que este decorreu.

O capítulo quatro contém os resultados do estudo e a sua discussão. E, por fim, no capítulo cinco são descritas as conclusões do estudo, algumas limitações do mesmo e recomendações futuras.

CAPÍTULO II

2 Fundamentação teórica

Neste capítulo abordam-se questões relacionadas com as tecnologias na educação quer em relação à forma como estes recursos foram introduzidos nas escolas, quer no que diz respeito à sua certificação, ou ainda à forma como aparecem contextualizados nos novos programas da disciplina de Matemática. Faz-se uma alusão à estratégia pedagógica, nomeadamente no que diz respeito à interacção entre pares. Por fim referem-se alguns estudos sobre aprendizagens em ambientes de geometria dinâmica.

2.1 Tecnologias na educação em Portugal

2.1.1 Programas/projectos sobre as tecnologias na educação em Portugal

Os sucessivos governos têm-se apercebido da necessidade de uma educação para as tecnologias na educação no nosso país.

Apresentam-se em seguida algumas iniciativas cujo objectivo era impulsionar o uso das tecnologias, principalmente nas escolas portuguesas. Uma destas iniciativas foi o Projecto *Minerva* – Projecto do Ministério da Educação, que vigorou entre 1985 e 1994, focou a sua atenção na introdução das Novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) nas escolas do ensino não superior. A este projecto seguiu-se o programa *Nónio-Século XXI*, que teve início em Outubro de 1996 e terminou no final de 2002. Este programa visava uma intervenção no sistema educativo que pretendia impulsionar novas práticas onde o papel das TIC fosse equacionado. O programa *Uarte – Internet na escola*, foi iniciado em 1997 e concluído em 2003. O seu objectivo era assegurar a instalação de um computador multimédia e a sua ligação à Internet na biblioteca/mediateca de cada escola do ensino básico e secundário. O projecto *Edutic* foi criado no Gabinete de Informação e Avaliação do Sistema Educativo, em Março de 2005, dando continuidade ao programa Nónio Séc. XXI. Porém, em Julho de 2005, todas as competências exercidas por este programa foram transferidas para a *Equipa de Missão Computadores, Redes e Internet na Escola*, designada por CRIE. A missão deste projecto envolve a concepção, desenvolvimento, concretização e avaliação de iniciativas mobilizadoras e integradoras no domínio do uso dos computadores, redes e Internet nas escolas e nos processos de ensino - aprendizagem. É importante salientar o *BBS MINERVA* como o primeiro sistema de comunidade educativa online em Portugal.

Este sistema foi desenvolvido em 1998 pelo Pólo da FCT/UNL, chegando a agregar uma rede de cerca de 500 escolas dos vários níveis de ensino. Foi ainda criado o projecto *Ciência Viva*, uma unidade do Ministério da Ciência e Tecnologia, com o objectivo principal de apoiar acções dirigidas para a promoção da educação científica e tecnológica em especial nas camadas mais jovens e na população escolar dos ensinos básico e secundário. De salientar ainda o projecto *Ligar Portugal*, criado em 2005 cujo objectivo é ligar todas as escolas por banda larga até finais de 2010, e a rede *Professores Inovadores*, que surgiu em 2004 e permitiu à comunidade global de professores estar em constante comunicação, partilhando recursos, ferramentas e outros de forma a optimizar o uso de novas tecnologias.

2.1.2 Avaliação e certificação de recursos educativos

No ano de 2000, é criada uma equipa para desenvolver um sistema de avaliação de software, o *Sistema de Avaliação, Certificação e Apoio à Utilização de Software para a Educação e Formação – SACAUSEF*. Este sistema foi criado e instalado por iniciativa da Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) do Ministério da Educação, em parceria com o Instituto para a Qualidade na Formação (IQF), a Comissão para a Igualdade e para os Direitos da Mulher (CIDM) e a Universidade de Évora. A justificação para este projecto prendeu-se com duas ordens de razões: «A primeira diz respeito à necessidade de se dispor de um sistema de avaliação português que tenha como missão a recolha e disseminação de informação relativa à qualidade dos programas educativos em suporte digital existentes em Portugal». A segunda «diz respeito ao contributo que o Estado pode trazer à cultura de informação e comunicação entre os interesses em presença: produtores, editores, distribuidores, professores, educadores, formadores, pais e a comunidade educativa em geral».

As finalidades e objectivos deste sistema são a avaliação, certificação de *software* para a educação e formação, o apoio à utilização da aplicação através do fornecimento de ajuda e orientação às escolas, centros de formação, centros de emprego, famílias e restante comunidade educativa. Intenta igualmente identificar as características da aplicação educativa e estimular a sua utilização numa perspectiva de inovação pedagógica das práticas dos docentes e dos formadores. Este sistema pretende ainda proporcionar informação aos profissionais, aos utilizadores e às entidades que concebem as aplicações e apoiar e monitorizar os processos de avaliação dos diversos intervenientes. Tem ainda como objectivos, contribuir para a construção de uma base de conhecimento científico e pedagógico, disponível a todos, que estabeleça uma base de confiança, em que todos concordem com a existência de critérios de qualidade a respeitar. Outras finalidades deste sistema, são estimular a emergência e a disseminação de práticas pedagógicas inovadoras nas escolas, bem como noutras instituições de ensino ou formação, estimular a reflexão de professores e formadores sobre o uso de aplicações informáticas nos diversos estabelecimentos de ensino ou outras entidades e estimular a reflexão sobre aspectos de vária ordem, nomeadamente no que se refere ao respeito por direitos de autor, a critérios de qualidade, *software* livre e outros.

Existe no nosso país, desde algumas décadas até hoje, preocupação na introdução das TIC no ensino, mas também de que os recursos tecnológicos disponíveis revelem qualidade e utilidade dependendo dos objectivos da sua aplicação.

Com a criação do Plano de Acção da Matemática, o Ministério da Educação revela também a sua preocupação com a qualidade dos recursos educativos, em especial, dos manuais escolares. Tal pode ser observado, por exemplo, na medida quinze deste plano em relação à avaliação, por peritos nacionais e internacionais dos manuais escolares de Matemática para todos os anos de escolaridade do Ensino Básico.

2.1.3 Aprendizagem com o recurso a meios computacionais: investigação em Portugal

A investigação educacional sobre aprendizagens com recurso às TIC, nomeadamente em ambientes de geometria dinâmica, dá os primeiros passos no nosso país na década de noventa.

Desde então foram surgindo teses e outros projectos de investigação como a dos três exemplos que apresento. Domingos (1994), teve como objectivo geral, estudar como os alunos que aprendem sobre funções com o auxílio de ferramentas computacionais, compreendem o conceito de função. Assim, definiu três objectivos essenciais. Por um lado pretendia caracterizar o conceito de função quando os alunos estudam funções envolvendo as suas diferentes representações, por outro caracterizar os processos utilizados pelos alunos na tradução entre as diferentes representações e por último caracterizar os processos que os alunos utilizam na resolução de equações e inequações através das respectivas representações gráficas.

Acerca da abordagem do conceito de função, Domingos (1994), refere que a utilização do computador, embora com o auxílio de fichas de trabalho, coloca o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem, sendo este a estabelecer as suas conjecturas e desenvolver formas de prova dessas mesmas conjecturas. O recurso a estes meios proporcionou aos alunos uma nova forma de encarar o tema das funções. Diz ainda, que a aprendizagem evoluiu de forma progressiva: numa primeira abordagem os alunos utilizam a representação algébrica de uma forma operacional e recorrendo métodos de cálculo algébrico e numa segunda abordagem, os alunos utilizam a representação algébrica de uma forma mais estrutural. Esta segunda abordagem pressupõe essencialmente procedimentos desenvolvidos no decorrer as aulas. Outro aspecto referido, é o facto de a elaboração de relatórios sobre as actividades desenvolvidas, por parte dos alunos, ser bastante útil não só para ajudar os alunos a estruturar o seu pensamento e criar hábitos de escrita – comunicação matemática – como também para ajudar o professor a acompanhar a evolução da aprendizagem. Acrescenta ainda que as discussões apresentadas nos relatórios e consequente interacção alunos – professor, representam uma estratégia que auxilia a construção e a elaboração de conceitos.

Piteira (2000), na sua investigação, teve dois objectivos principais. Por um lado compreender a actividade matemática dos alunos na sala de aula, quando mediada por ambientes de geometria dinâmica. Por outro lado, tentar perceber o significado dessa actividade na tomada de consciência geométrica. Em relação ao primeiro, os alunos referem-se ao trabalho de grupo como propício à sua aprendizagem pois facilita o esclarecimento de dúvidas bem como ultrapassar obstáculos inerentes à resolução das tarefas, nomeadamente quando um elemento do grupo tem dificuldades no manuseamento das TIC. Quanto ao segundo grande objectivo, a autora conclui que os dados recolhidos reforçam a ideia de que a aprendizagem é um fenómeno social que se desenvolve na acção dos alunos entre si e com as docentes. Refere ainda que o saber é partilhado e transformado e que a tomada de consciência é feita quando os alunos recebem suporte uns dos outros e quando clarificam ideias.

Os principais aspectos abordados e analisados por Candeias (2005) foram, por um lado, o papel que desempenham as tarefas, os tipos de construções que os alunos fazem, os raciocínios e estratégias de pensamento, por outro, as concepções que os alunos têm sobre a sua própria aprendizagem quando utilizam um ambiente de geometria dinâmica.

Nas suas reflexões finais, este investigador refere que o facto de os alunos terem trabalhado em pares facilitou a troca de experiências entre eles. Deve ser na introdução de tarefas – ao nível da exploração e investigação – que deve assentar a apresentação da aplicação de geometria dinâmica em sala de aula. Os alunos aderiram muito bem à proposta pedagógica e apreciaram trabalhar com o *Geometer Sketchpad*. Ainda para Candeias: «planifiquei e ensinei, mas também analisei e reflecti sobre as minhas aulas». Acrescentando que a metodologia qualitativa foi a indicada tendo em conta o decorrer das aulas e o número "infindável" de variáveis.

2.2 Os Novos Programas de Matemática do Ensino Básico

O Programa de Matemática do Ensino Básico é um documento da responsabilidade conjunta do Ministério da Educação e da Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Este trabalho pretende ser um reajustamento do Programa de Matemática para o Ensino Básico, em vigor desde a década de noventa. Segundo Ponte, Serrazina e outros, (2007), este aperfeiçoamento era preciso, devido, essencialmente à necessidade de melhorar a articulação entre os programas dos três ciclos. Outra das razões apontadas, é o desenvolvimento, nas últimas décadas, do conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

Na sua estrutura, o programa apresenta algumas diferenças em relação ao anterior: começa por se referir às *Finalidades do ensino da matemática*, de seguida apresenta os *Objectivos gerais* (do ensino da matemática). Aparece depois uma indicação sobre os *Temas Matemáticos* e *Capacidades Transversais*. São quatro os temas matemáticos, em que se estrutura o programa: *Números e Operações*, *Álgebra*, *Geometria* e *Organização e Tratamento de Dados*. Nas *Capacidades Transversais*, são destacadas a *Resolução de Problemas*, o *Raciocínio Matemático* e a *Comunicação Matemática*; fazendo ainda uma referência à *Gestão curricular* e à *Avaliação*. Além disso, são ainda apresentadas no documento *Orientações Metodológicas Gerais*, onde se pode ler:

> A aprendizagem da matemática decorre do trabalho realizado pelo aluno e este é estruturado, em grande parte, pelas tarefas propostas pelo professor. (p. 8)

No corpo do programa, há uma divisão por ciclos e não por anos, dentro de cada ciclo essa distribuição é feita pelos grandes temas e pelas capacidades transversais. No segundo ciclo aparece a articulação com o primeiro ciclo, em relação aos temas e capacidades transversais, para no terceiro ciclo surgir a articulação com o segundo ciclo também nesses dois aspectos.

Para esta investigação, foi dada particular atenção ao tema *Geometria* e a outros aspectos considerados relevantes no que concerne aos objectivos e indicações metodológicas.

Nos objectivos gerais do ensino da Matemática, nesse documento (p. 4-5), pode ler-se:

> *Usar instrumentos matemáticos tais como réguas, esquadros, compassos, transferidores, e também calculadoras e computadores;
> *Acompanhar e analisar um raciocínio ou estratégia matemática;
> *Escrever e explicar, oralmente e por escrito, as estratégias e procedimentos matemáticos que utilizam os resultados a que chegam;
> *Argumentar e discutir as argumentações de outros;
> *Reconhecer e apresentar generalizações matemáticas e exemplos e contra-exemplos de uma afirmação;
> *Justificar os raciocínios que elaboram e as conclusões a que chegam;
> *Desenvolver e discutir argumentos matemáticos;
> *Formular e investigar conjecturas matemáticas.

No mesmo documento, nas orientações metodológicas gerais, pode ler-se:

> (…) o professor deve propor aos alunos a realização de diferentes tipos de tarefas; (…) o ensino - aprendizagem tem de prever momentos para o confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas. Ouvir e praticar são actividades importantes na aprendizagem da Matemática mas, ao seu lado, o fazer, o argumentar e o discutir surgem com importância crescente nessa aprendizagem.
>
> Através da escrita de textos, os alunos têm oportunidade de clarificar e elaborar de modo mais aprofundado as suas estratégias e os seus argumentos, desenvolvendo a sua sensibilidade para a importância do rigor no uso da linguagem matemática.
>
> Ao longo de todos os ciclos, os alunos devem usar calculadoras e computadores na realização de cálculos complexos, na representação de informação e na representação de objectos geométricos. O seu uso é particularmente importante na resolução de problemas e na exploração de situações. (p. 9)

Nas indicações metodológicas para o primeiro 1.º ciclo, pode ler-se.:

> O computador possibilita explorações que podem enriquecer as aprendizagens realizadas no âmbito deste tema, nomeadamente através de *applets* – pequenos programas ou aplicações disponíveis na Internet – e permitir a realização de jogos e outras actividades de natureza interactiva. (p. 21)

Em relação às Indicações metodológicas para o 3.º ciclo, tem-se:

> Os alunos devem recorrer a software de geometria dinâmica, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação. (…) Tanto os recursos computacionais como os modelos geométricos concretos permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afectiva com a Matemática. (p. 51)

O processo de ensino e aprendizagem tem nos alunos os actores e nos docentes os produtores/encenadores, sendo o objectivo de todos o sucesso (educativo). Com esta investigação e indo de encontro a alguns aspectos aqui focados, pretende-se compreender se o uso das tecnologias, a que este programa faz claramente um apelo, pode melhorar a aprendizagem e consequente sucesso dos alunos.

2.3 Estratégia pedagógica

A Matemática é considerada pela maior parte dos indivíduos, no seio estudantil ou fora deste, como uma disciplina "difícil". Há um facto a que ninguém é alheio: o grave insucesso inerente a esta disciplina. Tal facto é uma das razões e das preocupações que levaram, especialmente nas últimas décadas, vários investigadores a explorar os processos de ensino/aprendizagem procurando formas de combate deste insucesso a vários níveis: programas, manuais, formação de docentes, representações sociais, questões pedagógicas ou outras. Em todo o sistema educativo procura-se hoje que a escola se empenhe em formar cidadãos 'competentes'.

No Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), pode ler-se:

> A publicação, em 2001, do Currículo Nacional de Ensino Básico que introduziu modificações curriculares importantes em relação àquele programa [o de Matemática] – em particular nas finalidades e objectivos de aprendizagem,

> valorizando a noção de competência matemática, e na forma como apresenta os temas matemáticos a abordar – (…) justificavam a sua revisão. (p.1)

Mais adiante neste documento, pode ainda ler-se:

> (…) a disciplina de Matemática no ensino básico deve contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno, deve proporcionar a formação matemática necessária a outras disciplinas e ao prosseguimento dos estudos – em outras áreas e na própria Matemática – e deve contribuir, também, para a sua plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida. (p.3)

As práticas lectivas são o pilar onde assenta o processo de ensino e aprendizagem do aluno. Alterar estas práticas é um desafio, por várias razões. Se pensarmos no ensino dividido em quatro partes: a escola, a aprendizagem, o aluno e o professor (Eça, 1998), podemos constatar que o número de variáveis pode condicionar alterações rápidas, de fundo e eficientes. Este autor faz um paralelismo entre a escola, aprendizagem, aluno e professor de hoje e de amanhã. É interessante verificar como se mantêm actuais os seus argumentos. Já na década de noventa, o "amanhã" aponta o processo de ensino centrado no aluno, mais individualizado, com os alunos a trabalhar em colaboração, contribuindo activamente para a construção do seu conhecimento e incidindo no raciocínio através da análise e resolução de problemas e situações reais – veja-se a tabela 1.

Tabela 1 – Comparação entre Hoje e Amanhã no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (Eça, 1998)

	Hoje (1998)	Amanhã
Escola	Limitada às quatro paredes da sala de aula	Portas abertas para o mundo exterior em permanente interacção e colaboração com outras escolas
	Desligada da família e da comunidade	Abrir-se-á a estas duas instituições
	Rege-se por períodos lectivos de 50 minutos	Períodos lectivos de duração diversa
Aprendizagem	Centrada no professor	Centrada no aluno
	Massificada	Mais individualizada
	Unidisciplinar	Multi e interdisciplinar
	Igual para todos, independentemente dos anseios, capacidades e ritmos individuais	Permitirá contemplar os interesses, as necessidades, as aptidões e os ritmos de cada aluno
	Baseada ainda em parte na memorização	Incidirá no raciocínio através da análise e resolução de problemas e situações reais, concretas
Aluno	Em grande parte o receptor de informação.	Contribuirá activamente para a construção do seu conhecimento.
	Trabalha a maior parte do tempo isoladamente.	Trabalhará fundamentalmente em colaboração.
	Encontra-se desmotivado porque não vê relação entre o que aprende e a sua vida, o mundo que o rodeia.	Sentir-se-á motivado porque terá de enfrentar e resolver problemas autênticos do mundo real.
Professor	Passa grande parte do tempo a transmitir conhecimentos.	Será mais um facilitador, um orientador que guia a aprendizagem.
	Mais ou menos preso a um programa e a um manual.	Basear-se-á em interesses, necessidades e aspirações dos alunos, e recorrerá a informação actualizada, em cima do acontecimento.
	Encontra-se bastante isolado e confiado à sala de aula.	Romperá o isolamento, partilhado ideias, estimulando e colaborando com os colegas.

Segundo Afonso (1993) as razões que poderão determinar o impacto relativamente reduzido de muitas inovações educativas, inicia-se num conceito contraditório do termo inovação. Esta falta de entendimento leva ao surgimento de clivagens e de dúvidas materializadas na forma de encarar a transformação. O que também se verifica é, por um lado, um distanciamento dos discursos às práticas, por outro aos constrangimentos próprios quer das escolas quer dos autores das mudanças. Qualquer inovação ou alteração de práticas educativas tem de ter em conta uma abordagem global do fenómeno educativo.

Retomando o Programa de Matemática do Ensino Básico, nas suas orientações metodológicas, pode ainda ler-se:

> A aprendizagem da Matemática pressupõe que os alunos trabalhem de diferentes formas na sala de aula. O trabalho individual é importante, tanto na sala como fora dela. O aluno deve procurar ler, interpretar e resolver tarefas matemáticas sozinho, bem como ler, interpretar e redigir textos matemáticos. Em muitas situações, na sala de aula, os alunos também trabalham em pares que é um modo de organização particularmente adequado na resolução de pequenas tarefas, permitindo que os alunos troquem impressões entre si, esclareçam dúvidas e partilhem informações. (p.10)

Ora, nesta investigação, são seguidas estas indicações no que respeita ao trabalho de pares em sala de aula, resolvendo as tarefas que lhes são propostas, permitindo o confronto de ideias entre pares, a troca de informação e levando os alunos a escrever as suas conclusões.

2.3.1 Vantagens do trabalho de grupo e/ou pares

Santos e outros (2002) referem o trabalho de grupo como opção - base adoptada para a exploração de tarefas de investigação com os alunos, nesta abordagem são importantes a exploração, a discussão e a cooperação entre pares.

O trabalho entre pares em sala de aula, parece contribuir para desenvolver nos alunos a capacidade de avaliação crítica, através da análise de diferentes argumentos e permite aos alunos tomar posições de uma forma democrática, responsável e cientificamente sustentada (Almeida e César, 2007). Estes autores fazem alusão ao contributo do trabalho de pares no desenvolvimento de competências de argumentação em aulas de ciências. Sendo a matemática o suporte científico de muitas teorias dos mais diversos ramos das ciências e necessitando da argumentação na discussão das ideias exploradas, o trabalho entre pares é assim nesta disciplina de uma enorme importância. O trabalho colectivo pode ser muito produtivo e importante para proporcionar momentos de partilha e discussão bem como para a institucionalização de conhecimentos e ideias matemáticas, como aparece referido nos Novos Programas de Matemática do Ensino Básico.

Oliveira (1993) refere que a teoria vygotskiana apela à importância de processos interactivos para a aquisição de conhecimento, o mesmo acontecendo com Piaget. Estes autores, dão relevância à interacção entre o indivíduo e o ambiente na construção dos processos de aprendizagem; nas postulações de Vygotsky, destaca-se a importância da actuação dos outros membros do grupo social na mediação entre a cultura e o indivíduo.

Vygotsky refere que a interacção entre os alunos provoca também intervenções no desenvolvimento dos mesmos e que os grupos de crianças são sempre heterogéneos quanto ao conhecimento já adquirido nas diversas áreas do saber. Ora, uma criança que numa determinada área esteja melhor preparada num determinado assunto, pode contribuir para o desenvolvimento dos seus colegas. É de apontar, que a troca de informações e de estratégias entre as crianças, pode tornar a tarefa um projecto colectivo extremamente produtivo para cada uma delas. Em situações informais de aprendizagem, o acesso à informação, é muitas vezes o resultado das interacções sociais e não a consequência de um empenho estritamente individual. Qualquer modalidade de interacção social, pode ser utilizada de forma produtiva em contexto escolar, desde que promova aprendizagem e o desenvolvimento (Oliveira, 1993).

2.3.1.1 Trabalho em díade

A constituição dos grupos de trabalho em sala de aula não pode, de forma alguma ser aleatória. Os grupos, de um modo geral podem ser homogéneos ou heterogéneos. Designamos por *homogéneos* os grupos em que os alunos têm idêntico nível de aproveitamento – alunos com muito bom ou bom aproveitamento ou alunos com aproveitamento insuficiente, em casos extremos. Formar grupos homogéneos contribui para que a aprendizagem decorra em circuito fechado, acentuando os desníveis entre os extremos, reforçando as atitudes de partida. Nos grupos ‘bons’ não há confronto com o não saber, o não compreender, com a dificuldade de concretização. Por outro lado, nos grupos com dificuldade não há quem ajude, quem motive, quem puxe pelo desenvolvimento de capacidades e pelo ritmo dos alunos (Pato, 1995).

Para Pato (1995), os grupos heterogéneos, com desiguais níveis de aproveitamento, integram alunos com diferentes aptidões e atitudes perante a aprendizagem o que permite uma maior probabilidade de diversificação no que respeita aos vários aspectos inerentes ao trabalho de grupo. Segundo a mesma autora, neste tipo de grupos todos beneficiam com o confronto. Defende esta abordagem dizendo que o ensino mútuo é mais eficaz: a explicação do aluno que acabou de realizar a sua aprendizagem é mais eficiente que a do professor, uma vez que este intui mais rapidamente as dificuldades com que se depara o colega e está mais apto para o ajudar. Por outro lado, o aluno que explica a outro a sua forma de aprender, está desta forma a consolidar o seu próprio conhecimento.

Segundo Almeida e César (2007), numa situação de trabalho em díade, os alunos são levados a co - recontextualizar os seus saberes e competências o que pode levar a que progridam mais nitidamente do que em situações de trabalho individual. Esta estratégia promove o desenvolvimento sócio - cognitivo facilitando a apreensão de conhecimentos e aquisição de competências. Os autores, no entanto, defendem que nem todas as situações de trabalho de grupo são susceptíveis de provocar conflito sócio - cognitivo entre pares e que a natureza das tarefas, os critérios de formação de grupos, as instruções transmitidas pelo professor e o "contrato didáctico" assumem particular relevância no provocar deste conflito sócio - cognitivo.

A formação da díade, é então fundamental para a obtenção de resultados nas explorações a serem propostas. Ainda de acordo com Almeida e César (2007), podemos considerar diferentes tipos de díades. As díades sem interacção, que são as que resultam de uma mera execução de tarefas com um parceiro com o qual não há comunicação verbal. No outro extremo, temos situações onde é apresentada uma solução para o problema proposto quando ambos os parceiros chegam a um acordo, que são as díades com interacção. Se pensarmos nos níveis de desempenho dos pares, podemos ainda ter díades simétricas (com sujeitos do mesmo nível de desempenho), ou assimétricas, se o nível de desempenho dos dois alunos for diferente. Devemos salientar que o trabalho em díade pressupõe a existência de cooperação entre os indivíduos que a constituem.

Parece consensual que as condições escolhidas determinam, de forma clara, os resultados que se obtêm numa investigação. Ora, manipulando algumas variáveis psico-sociais e didácticas, poderemos vir a obter resultados, atitudes e desempenhos de certa forma diferentes por parte dos alunos (Almeida e César, 2007).

Neste estudo, a opção foi claramente a de colocar os alunos a trabalhar em díade e optou-se também pela heterogeneidade dos constituintes de cada par: alunos com melhores resultados escolares trabalharam com colegas que revelavam, à partida, maiores dificuldades de aprendizagem.

2.4 Aprendizagem em ambientes de geometria dinâmica

Nos nossos dias, como é defendido por NCTM (2008), as crianças aprendem explorando o mundo que os rodeia e as actividades e interesses do quotidiano são formas naturais que servem de contributo para o desenvolvimento do pensamento matemático. O facto de os alunos não saberem algo, reflecte mais vezes a falta de oportunidade para aprender do que incapacidade para tal.

Como exemplos de ambientes que se podem desenvolver, temos aqueles em que recorremos a *software* de geometria dinâmica. A utilização destas ferramentas levou a uma alteração dos planos de aula e potenciou a comunicação, possibilitando aos alunos novas formas de entendimento da aula (Moura, Miskulin e Melo, 2000).

Jones (2000), elaborou um estudo sobre a aprendizagem dos alunos em ambientes de geometria dinâmica. Nas suas conclusões, afirma que a utilização deste tipo de ferramentas em sala de aula, oferece aos alunos o acesso ao mundo dos teoremas geométricos mediado por características inerentes a estas mesmas ferramentas. Afirma ainda que este tipo de tarefas incentiva os alunos a elaborar conjecturas pois ajuda-os a progredir na comunicação matemática desenvolvendo mecanismos de raciocínio dedutivo.

Nas práticas lectivas, parece haver, por parte dos docentes, uma apropriação generalizada da geometria dinâmica como suporte para actividades de descoberta. (Ruthven e outros, 2008).

O que parece acontecer em ambientes de geometria dinâmica, é que este tipo de *software* para além de ajudar os alunos a melhorar o seu desempenho, pode levá-los a compreender de forma diferente os significados que resultam do uso da tecnologia (Pitta-Pantazi, 2009).

Candeias (2005) refere que, os alunos observados, desenvolveram aspectos da sua competência geométrica, respondendo com clareza às situações problemáticas com que se depararam. Acrescenta ainda, que os alunos que foram objecto de estudo, tiveram um desempenho notável nas tarefas de exploração e de investigação relacionadas com padrões e investigações.

A demonstração matemática é algo muito específico e carece tanto da validação de uma afirmação como de convencer os outros da validade desta afirmação. Em ambos os casos, o meio envolvente evolui durante a sequência de actividades e esta evolução é como um catalizador para a demonstração. Compreender significa captar as ideias matemáticas. Sem dúvida, o ambiente de geometria dinâmica promove uma interação entre a construção e a prova, entre fazer no computador, e a justificação por meio de argumentos teóricos. O ambiente de geometria dinâmica leva a analisar de forma diferente os processos envolvidos numa actividade de demonstração (Laborde, 2002) Referindo-nos à teoria vygotskyana, podemos dizer que os ambientes de geometria dinâmica oferecerem possibilidades de acesso a demonstrações teóricas através da mediação proporcionada por estes ambientes, sendo a aprendizagem da demonstração organizada pelo professor em torno de ferramentas disponibilizadas pelos ambientes de geometria dinâmica. (Mariotti, 2000; Marrades e Gutiérrez, 2000; Laborde, 2001)

Uma nota interessante de Laborde (2001) é a de que a reacção dos professores que participaram num seu outro estudo, foi a de reforçar os laços entre a matemática e a tecnologia. Diz a autora que a tecnologia dá sentido à matemática e a matemática justifica o uso da tecnologia.

Uma das questões que têm vindo a público quando se fala em educação é a indisciplina. Talvez uma das razões para comportamentos perturbadores dos processos de ensino e aprendizagem, possa ser a falta de interesse pelas tarefas propostas pelos docentes. Cabe aos professores cativar os alunos criando ambientes em que estes se sintam bem e onde queiram e gostem de aprender. Proporcionar aos alunos ambientes de geometria dinâmica é uma das opções para motivar os alunos para as aulas, uma vez que estes se sentem motivados para a manipulação deste tipo de ferramentas. Por outro lado, as tarefas propostas envolvem os alunos na construção do seu conhecimento.

CAPÍTULO III

3 Metodologia

No presente capitulo, faz-se uma alusão teórica à investigação qualitativa e suas principais características, dando-se particular destaque à Investigação – Acção.

Apresenta-se também uma descrição dos participantes na investigação bem como uma caracterização da escola e da turma onde decorreu o estudo. Referem-se ainda as técnicas de recolha de dados. Expõe-se a planificação das actividades e referem-se ainda as técnicas de recolha de dados no decorrer da investigação, nomeadamente através da observação directa e participante e dos inquéritos (questionários e entrevistas), a forma como são tratados esses dados e a estratégia pedagógica utilizada.

3.1 Investigação qualitativa em educação

A investigação qualitativa surgiu no final do século XIX, início do século XX, atingindo o seu apogeu nas décadas de 1960 e 1970 (Bogdan e Biklen, 1994). Deste tipo de trabalho destacam-se, entre outros, a pesquisa etnográfica e o estudo de caso. A aceitação deste tipo de estudos na área das ciências da educação, aparece mais tarde.

Este tipo de investigação tem, segundo Bogdan e Biklen (1994), cinco características essenciais. A primeira característica é a fonte directa dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados. A segunda característica assenta o facto de os dados que o investigador recolhe serem essencialmente de carácter descritivo. Em terceiro os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados, a quarta característica é a análise dos dados que é realizada de forma indutiva. E a última característica é o investigador interessar-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências.

De acordo com os mesmos autores, na investigação qualitativa em educação, o investigador comporta-se como um viajante que não planeia as suas acções. A investigação qualitativa utiliza essencialmente metodologias que possam recolher dados descritivos, o que pode permitir observar o modo de pensar nos diversos participantes; isto acontece em oposição à investigação quantitativa, que por seu lado utiliza dados de natureza numérica que permitem estabelecer relações entre variáveis.

Ao contrário dos dados quantitativos inerentes a uma investigação quantitativa, a investigação de cariz qualitativo deve recorrer a dados descritivos, derivados dos registos e anotações pessoais de comportamentos observados. Nas metodologias qualitativas os intervenientes da investigação não são reduzidos a variáveis isoladas mas vistos como parte de um todo no seu contexto natural. Um vez que este método se baseia principalmente em conversar, ouvir e permitir a expressão livre dos participantes, Bogdan e Taylor (1998), referem que nos métodos qualitativos o investigador deve estar completamente envolvido no campo de acção dos investigados. Além disso, permite ao investigador introduzir subjectividade na sua procura pelo conhecimento, e deve implicar a existência de uma maior diversificação nos procedimentos metodológicos utilizados na investigação.

Algumas das características apontadas como importantes para a compreensão do método qualitativo são, segundo Carmo e Ferreira (1998), a *indutiva*, onde os investigadores tendem a analisar a informação de uma "forma indutiva", desenvolvem conceitos e chegam à compreensão dos fenómenos a partir de padrões de recolha de dados ao invés de procurarem informação para verificar hipóteses. Dizem ser *holística*, dado que os investigadores têm em conta a "realidade global" uma vez que os indivíduos, os grupos e as situações não são reduzidos a variáveis mas sim vistos como um todo, sendo estudado o passado e o presente dos sujeitos de investigação. Outra característica é ser *Naturalista*, pois a fonte directa de dados são as situações consideradas "naturais". Os investigadores interagem também com os sujeitos de uma forma "natural" e sobretudo, discreta. Tentam "misturar-se" com eles até compreenderem uma determinada situação, mas procuram minimizar ou controlar os efeitos que provocam nos sujeitos a investigar e tentam avaliá-los quando interpretam os dados que recolheram. Segundo estes autores, os investigadores são *"sensíveis ao contexto"* uma vez que os actos, palavras e gestos só podem ser compreendidos no seu contexto. Por outro lado, o *"significado"* tem uma grande importância porque os investigadores procuram compreender os sujeitos a partir dos "quadros de referência" desses mesmos sujeitos. Tentam viver a realidade da mesma maneira que eles, demonstrando empatia e identificando-se com eles para tentar compreender como encaram a realidade. Procuram compreender as perspectivas daqueles que estão a estudar, de todos na sua globalidade e não apenas de alguns. O investigador deve "abandonar" ou "deixar de lado" as suas próprias perspectivas e convicções. Quanto aos métodos qualitativos, os autores dizem ser *"humanísticos"* uma vez que os investigadores estudam os indivíduos de uma forma qualitativa: tentam conhecê-los como pessoas e experimentam na sua vida diária. Neste tipo de investigação, os investigadores interessam-se mais pelo processo de investigação do que unicamente pelos resultados ou produtos que dela decorrem; o seu plano de investigação é por isso, flexível.

Carmo e Ferreira (1998) consideram que a metodologia de investigação qualitativa é descritiva e que esta descrição deve ser rigorosa e resultar directamente dos dados recolhidos através das entrevistas, registos de observação, ou outros documentos e após a análise das notas de campo que devem respeitar, tanto quanto possível, a forma como foram registadas. A recolha destes dados é feita pelo investigador e a sua validade e a fiabilidade dependem muito da sua sensibilidade, conhecimento e experiência. A questão da objectividade do investigador constitui o principal problema da investigação qualitativa. Finalmente os autores referem a importância dada à *validade* do trabalho realizado, tendo em conta que os dados recolhidos têm de estar de acordo com o que os intervenientes na investigação dizem e fazem e reforçam outros autores (Bogdan e Biklen, 1994), afirmando que em investigação qualitativa a principal preocupação não é a de saber se os resultados são susceptíveis de generalização mas sim saber a que outros contextos podem os mesmos ser generalizados.

Almeida e Freire (2000) aludem igualmente que os planos de investigação respeitantes a este tipo de trabalho são mais flexíveis e podem progressivamente adequar-se à fase em que se encontra a investigação. Quanto às técnicas e recolha de dados, estas devem-se do mesmo modo diversificar ao longo do tempo e de acordo com as condições existentes num dado espaço e tempo sendo os métodos mais informais e menos quantitativos (entrevista, registo directo, observação participante ou análise de documentos, entre outros).

3.1.1 Investigação – Acção

Em vários tipos de actividade profissional, há uma crescente preocupação sobre a investigação sobre as práticas. Esta investigação, pode ajudar os diversos intervenientes, em particular, os docentes, a lidar com os problemas emergentes das suas práticas (Ponte, 2002). Um dos conceitos que se associam à investigação sobre as práticas profissionais é o conceito de investigação – acção.

Ponte (2002), distingue *investigação – acção* de *investigação sobre as práticas*, referindo que a investigação - acção envolve uma preocupação de intervenção imediata, por vezes de mudança radical, não aplicável quando é feita uma investigação sobre as práticas. De salientar que na investigação – acção é frequente o envolvimento de equipas exteriores à instituição ou comunidade onde a intervenção vai decorrer. Sendo que a investigação - acção pressupõe uma visão “normativa” e carregada de preocupações ideológicas, onde o pretendido é uma transformação social, com objectivos definidos à partida. Por outro lado, investigar sobre as práticas é uma abordagem mais questionante e problematizadora: o processo é iniciado no interior de uma prática desconhecendo-se o que podemos atingir no final do mesmo.

A Investigação – Acção consiste na *recolha de informações sistemáticas com o objectivo de promover mudanças sociais* (Bogdan e Biklen, 1994, p.292) deve ser objectiva e honesta, dando-se por isso pesos iguais a toda a informação recolhida. Devem recolher-se os dados na fonte de forma sistemática, completa e rigorosa para obter perspectivas de todas as partes envolvidas no processo.

A Investigação-Acção permite a recolha de informação, facultar informação, compreensão e factos, auxiliar na identificação de aspectos do sistema. Permite ainda que as pessoas se conheçam melhor e aumentem a consciência que têm dos problemas, serve como estratégia organizativa para agregar as pessoas activamente, face a questões particulares e ganhar confiança. Fortalece assim o empenhamento, encorajando a prossecução de objectivos sociais particulares, podendo ser utilizados quer os métodos quantitativos, quer os métodos qualitativos, na análise de conteúdo da informação recolhida (Bogdan e Biklen, 1994).

A presente investigação insere-se na tipologia associada a uma Investigação - Acção, tendo em conta que o foco das questões que inquietam a docente e investigadora, assentam nos problemas que afectam o processo do ensino e aprendizagem. Além disso, através de uma prática reflexiva, procuramos aumentar o nosso conhecimento sobre as práticas lectivas no sentido de transformar a sala de aula, melhorando a sua acção, a vários níveis, enquanto docentes (Oliveira e Serrazina, 2002).

3.2 Participantes na investigação

Esta investigação teve lugar numa Escola Básica do Segundo e Terceiro Ciclos do Ensino Básico, em que os participantes foram os alunos do sétimo ano, enquanto sujeitos, ao passo que o professor é o investigador. Houve contudo a presença de uma docente da disciplina de Matemática que é assessora das aulas de Estudo Acompanhado da turma em causa, não sendo a sua presença uma situação diferente para os alunos. Nas aulas realizadas na sala de informática, esteve igualmente a docente da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação, tendo sido uma mais valia no contorno de situações de carácter informático. Esta docente não interferia directamente no trabalho dos alunos, apenas prestava auxílio em situações que diziam respeito ao material informático.

3.2.1 Caracterização da Escola

O estudo em causa foi efectuado, numa Escola Básica do Segundo e Terceiro Ciclos, pertencente ao Concelho do Seixal. Esta escola é sede de um agrupamento constituído por mais três escolas básicas de primeiro ciclo/Jardim-de-infância. Em termos de localização e estruturas físicas as escolas são completamente distintas o que confere à comunidade características próprias. A noção de agrupamento como um todo tem vindo a amadurecer, notando-se já alguma evolução no que respeita à interacção entre os diversos intervenientes, a vários níveis. No Projecto Educativo de Agrupamento, são evidenciados pontos fortes e pontos fracos referentes aos mais diversos aspectos. Como pontos fortes, o documento refere o funcionamento dos serviços, a formação contínua dos diversos intervenientes do agrupamento, diversidade de estratégias, nomeadamente o recurso às TIC, dinamização de projectos e relacionamento entre as diversas estruturas educativas, sociais e de segurança, entre outros. De facto, o equipamento informático, nomeadamente as salas de informática existentes na escola sede, foi um factor essencial para a realização desta investigação. Em relação aos pontos fracos, são destacados no documento a sobrelotação das escolas e Jardins de Infância, a falta de humanização dos espaços nas escolas do 1º ciclo, a deficiente circulação de informação entre os vários intervenientes, a falta de articulação entre ciclos, de espaços cobertos para a prática de Educação Física ou espaços adequados para a prática de actividades extracurriculares. É ainda destacada falta de motivação, autonomia e responsabilidade por parte dos alunos.

É interessante perceber que tais parâmetros são também referidos adiante como tendo sido destacados pelos docentes da turma onde decorrem as aulas de investigação como sendo os aspectos onde deveriam incidir as estratégias com o objectivo de melhorar os resultados escolares, a curto e médio prazo. Assim, o Agrupamento definiu no seu projecto três linhas orientadoras: melhorar as condições físicas e sociais; formar cidadãos responsáveis, tolerantes, justos e solidários; e finalmente aumentar o sucesso educativo. A operacionalização do projecto passa por colocar em prática um conjunto de estratégias que visam atingir os objectivos propostos.

3.2.2 Caracterização da turma

A turma é do sétimo ano e é constituída por vinte e seis alunos, sendo quinze do sexo feminino e onze do sexo masculino. Cinco alunos são repetentes do sétimo ano e outros sete alunos haviam já reprovado em anos anteriores. Apenas um aluno da turma se encontra fora da escolaridade obrigatória, sendo a média de idades da turma de doze anos.

Em relação ao aproveitamento e através da recolha de dados referentes ao ano lectivo anterior, verificou-se que este grupo de alunos é muito heterogéneo, mas a predominância das avaliações é de nível três. Dos alunos repetentes, um deles encontra-se pela terceira vez no sétimo ano, pois não obteve vaga no curso profissional onde pretendia ingressar.

No início do ano lectivo foi elaborado, no decorrer das aulas de Formação Cívica, um inquérito à turma composto por cerca de trinta questões. Considerou-se importante indicar neste estudo, algumas dessas questões para reforçar a caracterização da turma.

Verificou-se que a esmagadora maioria dos alunos desta turma possui computador, mas menos de metade tem ligação à Internet. Quanto à disciplina preferida, apenas três referem ser a Matemática enquanto nove a indicam como sendo a disciplina que menos gostam. Gostar de estudar é respondido por cerca de metade dos alunos; dois dizem "mais ou menos" e os restantes admitem não gostar. Nas aulas, quase todos os alunos afirmam colocar as suas dúvidas ao professor. Perto de metade dos alunos afirma que o interesse ou capacidade que possuem que possam ser utilizados nas aulas, é o conhecimento ou prática sobre computadores. Finalmente aparecem as respostas mais variadas como sendo as características mais apreciadas num professor.

Nas primeiras reuniões intercalares e na reunião de final do primeiro período, os docentes elaboraram um documento denominado o perfil da turma. Os itens que constam deste perfil vão desde o *Civismo e sociabilidade*, à *Aquisição e aplicação de conhecimentos*. O documento pretende fornecer um panorama global da turma. Na horizontal podem ser observados os alunos individualmente e na vertical os itens. Nas primeiras reuniões os itens que se evidenciavam como domínios prioritários de intervenção por parte dos docentes eram a *Concentração,* o *Empenho e a Expressão oral e escrita.* Os docentes da turma observaram que os alunos, na sua maioria, revelavam pouco interesse pelas tarefas escolares, falta de estudo e pouco trabalho autónomo. Estas características são coincidentes com as que haviam sido apontadas no projecto Curricular de Escola. Verificava-se além disso, uma percentagem de níveis inferiores a três à disciplina de Matemática que rondava os cinquenta por cento.

3.2.3 Sujeitos/Alunos

A escolha da turma prendeu-se com diversos factores. Em primeiro lugar, é o facto de ser a turma do sétimo ano onde se verificava nesta escola a maior percentagem de insucesso na disciplina de Matemática; pareceu ser relevante perceber se este tipo de aulas poderia, nestes conteúdos, ajudar a reverter esta tendência. Depois, a turma revelou-se desde o início muita activa e participativa, o que levava a querer que estes alunos podiam ser bons informantes e cooperantes perante um processo de investigação em sala de aula. Por outro lado, a apetência da investigadora em testar a abordagem de conteúdos de geometria através do recurso aos meios informáticos era enorme e, neste ano lectivo, ser possível fazê-lo, pois os manuais escolares destes alunos faziam-se acompanhar de um CD do qual faziam parte *applets* que recorriam a *software* de geometria dinâmica. Por último, sendo esta a sua direcção de turma, caracterizada de forma mais ou menos exaustiva e cuja relação professor/aluno era de certa forma afectuosa o que poderia ser facilitador da recolha de dados e da fiabilidade dos depoimentos prestados pelos alunos.

3.2.3.1 Caracterização dos pares entrevistados

A escolha dos pares teve em conta, em primeiro lugar, um critério de heterogeneidade ao nível das avaliações obtidas durante o ano lectivo, e até à data da investigação, na disciplina de Matemática. Em segundo lugar, a forma como colaboraram nas aulas onde realizaram as tarefas tendo em conta se as tinham completado ou não. Procurou-se ainda que os alunos participantes fossem cooperantes e bons informantes, disponíveis para colaborar sempre que tal se justificasse.

O primeiro par é constituído pelo José e pelo Renato. O José é um aluno cujos níveis de avaliação às diversas disciplinas se situam entre o nível quatro e o nível cinco, sendo este último o nível do aluno na disciplina de Matemática. O Renato é um aluno médio de nível três a Matemática. O José é o aluno mais novo da turma, participativo, empenhado e muito perspicaz. É um aluno muito voluntarioso, ajuda sempre os colegas com dificuldades e está todavia disposto a colaborar com os docentes nas mais diversas situações. O Renato é um aluno novo com a sua altura acima da média, destacando-se no contexto da turma. Este aluno não atinge mais que o nível médio devido à falta de empenho, atenção, concentração e maturidade. Apesar disso socialmente revela-se simpático e participativo.

O segundo par é constituído pelas alunas Ana e Carla. A Ana é uma aluna muito esforçada e empenhada, gosta muito da disciplina de Matemática, onde tem nível cinco. No entanto, este nível tem características diferentes do José por se dever mais ao empenho e às atitudes do que exclusivamente às avaliações obtidas nos diversos instrumentos de avaliação escrita. A Carla é muito amiga da Ana, que por sinal a ajuda a vários níveis. É muito empenhada e esforçada. Atinge o nível três na disciplina de Matemática, que resulta do seu trabalho continuado, do seu estudo e da sua humildade em pedir ajuda quer nas aulas de Matemática quer nas de Estudo Acompanhado, sempre que necessita. Ambas as alunas são muito cooperantes, responsáveis e demonstram uma atitude muito positiva face à escola, à disciplina e às tarefas apresentadas.

O terceiro par é constituído pela Filipa e pela Sandra. A Filipa é uma aluna que atingiu o nível três na disciplina de Matemática com facilidade. Mostrava alguma falta de maturidade que aliada à sua timidez e a alguma falta de estudo fora da escola, o que dificultava a sua ascensão a um nível de avaliação mais elevado. A Sandra é uma aluna com muitas dificuldades. É empenhada e organizada, no entanto, o trabalho que realiza a nível individual revela muitas lacunas e falta de pré-requisitos. É envergonhada perante a turma, mas em contextos específicos, como era o caso das aulas de Estudo Acompanhado, onde estavam duas docentes, a aluna não hesitava em pedir ajuda e tentava sempre esclarecer as suas dúvidas. O seu nível na disciplina de Matemática era dois e esteve no final do segundo período em situação de possível retenção. É a única aluna deste grupo que tinha ficado retida anteriormente, embora não no sétimo ano.

Estes pares indiciaram, desde o início das aulas, que poderiam ser bons informantes e cooperantes pelas características apresentadas no decorrer do ano lectivo. Além do mais, eram muito diferentes e essa variedade poderia proporcionar resultados também diversificados no que respeita à forma como estes alunos poderiam encarar as tarefas, pensar sobre elas e realizá-las.

3.2.4 O investigador/professor

Neste método, o investigador é o principal meio de recolha de dados, tornando-o um elemento fulcral no desenvolvimento e culminar deste estudo. O ideal será que o investigador esteja totalmente envolvido no ambiente em que decorre a investigação, e além disso, deve ser capaz de fazer as reflexões sobre a mesma da forma mais isenta possível.

A investigadora, para além de ser a docente de Matemática desta turma, é também a Directora de Turma e tem a seu cargo as áreas de Formação Cívica e Estudo Acompanhado, esta última com assessoria de outra docente, ao abrigo do Plano de Acção da Matemática. O facto de estar com os alunos na disciplina e áreas referidas, permitiu uma grande proximidade na relação entre os diversos intervenientes do estudo. Este amplo contacto pode constituir uma vantagem, no sentido de haver um maior e diversificado conhecimento dos intervenientes no estudo. Além disso, nunca será considerado um elemento estranho ou perturbador do ambiente na sala de aula. Esta abordagem de investigação, segundo Bogdan e Biklen (1994), em educação pode tirar vantagens da relação de proximidade entre o investigador e o objecto de estudo.

3.3 Técnicas de recolha de dados

Para a realização deste estudo, dada a natureza da metodologia, as técnicas utilizadas na recolha de dados foram: inquéritos (entrevistas e questionários), observação (registo de notas de campo), documentos (gravação do trabalho realizado pelos alunos no computador, vídeo e áudio); guiões das tarefas, fichas de avaliação e questão de aula. Foi realizado um questionário, já referido, no início do ano lectivo que permitiu uma caracterização da turma, logo no primeiro período. O segundo questionário foi realizado no final das aulas que foram sujeitas à investigação, por se sentir necessidade de perceber o sentimento dos alunos em relação às mesmas.

As entrevistas foram realizadas aos pares referidos anteriormente, com o objectivo de perceber melhor a forma como os alunos compreendiam, os conteúdos em estudo.

3.3.1 Observação directa e participante

No decorrer das aulas, nas quais os alunos realizaram as actividades propostas, a investigadora circulava pela sala anotando algumas dúvidas que surgiam ou de comentários sobre as tarefas e a sua realização. O trabalho dos alunos foi acompanhado o mais possível, tentando perceber de que forma realizavam as tarefas, se estavam empenhados na sua resolução e se conseguiam chegar às conclusões pedidas com ou sem ajuda de uma docente. Como estava outra docente na sala de aula, foi mais fácil acompanhar os alunos. Ambas as docentes tomavam notas sobre a forma como os alunos desenvolviam o seu trabalho e sobre o tipo de questões que eram colocadas ou mesmo as dificuldades de carácter informático que surgiam principalmente no inicio das aulas.

3.3.2 Inquéritos

3.3.2.1 Questionários

Foram elaborados dois questionários. O primeiro logo no início do ano lectivo, com o objectivo de proceder a uma caracterização da turma, em que o estudo iria incidir, além disso, conhecer alguns aspectos do grupo com que trabalharíamos, era o primeiro passo da investigação, após a escolha do tema.

No final do segundo período, alguns dias após as aulas de investigação, existiu a necessidade de elaborar um questionário aos alunos sobre as aulas em que foram implementadas as tarefas – anexo 6. Com este segundo questionário, pretendia-se saber se os alunos tinham gostado deste tipo de aulas, de trabalhar em díade e pedia-se ainda que os alunos dissessem se achavam que aprendiam mais com este tipo de aulas do com as de carácter mais tradicional. Foi entregue a cada aluno uma folha onde se davam os espaços para as respostas e pediu-se que fossem sinceros, até porque era um inquérito anónimo, ao contrário do outro que haviam preenchido e que dizia respeito à caracterização da turma.

Dos questionários recolhidos, retiramos várias informações importantes para as conclusões finais.

3.3.2.2 Entrevistas

As entrevistas foram realizadas pela Professora no mês de Junho de 2009. Os pares de alunos entrevistados foram: o par 1, José e Renato; o par 2 constituído pelas alunas Ana e Carla; e o par 3, do qual fazem parte a Filipa e Sandra.

O principal objectivo das entrevistas era perceber de que forma os alunos chegaram aos resultados apresentados. Para tal, a docente fez-se acompanhar de um computador e utilizou o mesmo CD que os alunos tinham utilizado nas aulas. Levava também os guiões onde os alunos tinham registado as suas respostas e /ou conclusões. Estas entrevistas decorriam de uma forma natural, ou seja, não havia um conjunto de questões estabelecido previamente, mas sim o guião com as respostas dos alunos. Decorreram na sala de aula da disciplina de matemática, procurando-se assim, não sair do ambiente a que os mesmos estavam habituados. O objectivo era aproximar a investigadora aos alunos e tentar que estes se sentissem à vontade. A investigadora procurava ir colocando as questões que ia julgando oportunas e/ou pertinentes para cada situação. Estas questões pretendiam identificar os processos de raciocínio utilizados pelos alunos.

3.3.3 Outros documentos

3.3.3.1 Resultados nas avaliações escritas

A ficha de avaliação realizada após as aulas em que decorreu a investigação, era constituída por uma parte de escolha múltipla sobre conteúdos avaliados em outros testes e a segunda parte dizia respeito aos conteúdos leccionados do capítulo: ‘Do Espaço ao Plano’. Três questões do teste focavam os conteúdos abordados nas tarefas realizadas nas aulas com o recurso ao computador.

No início do terceiro período foi colocada uma questão de aula sobre o conteúdo que pareceu ter sido melhor compreendido: a desigualdade triangular. Estas questões de aula eram aplicadas à turma no final de cada unidade e tinham a duração de quinze a vinte minutos.

3.3.3.2 Gravações áudio e vídeo

Durante as aulas gravamos no computador a actividade de cada díade. Foram gravados a imagem em todos os computadores e som nalguns deles.

3.4 Planificação e calendarização das actividades

O trabalho desenvolvido para esta investigação necessitou de preparação prévia. Para além da caracterização da turma, a aproximação aos alunos, a formação dos pares, há ainda as questões físicas. As aulas onde decorreu o estudo tiveram lugar numa sala de computadores, diferente da sala atribuída à turma e que nesta escola tem de ser requisitada com alguma antecedência. O programa que permite a gravação do trabalho dos alunos teve de ser instalado antes das aulas. Além destas questões, as fichas de avaliação, nesta escola, têm de ser marcadas nos livros de ponto de cada turma também com antecedência para evitar que os alunos realizem provas escritas a mais que uma disciplina no mesmo dia. A docente teve ainda de proceder a um ajuste na planificação inicial, alterando a ordem dos conteúdos a leccionar durante o ano lectivo, o que careceu de autorização do departamento de que faz parte e do Concelho Executivo da escola.

Para a realização das tarefas utilizando o CD dos alunos, sentiu-se necessidade de elaborar guiões, onde se apresentava ao aluno a actividade que tinha de realizar, as questões que tinha de responder e se pedia que escrevesse as respostas e ou conclusões.

3.4.1 Planificação das actividades

Os alunos foram colocados perante uma situação de trabalho de pares, dois alunos por cada computador, numa sala de informática. A disposição permitia a circulação por todo o espaço pelas docentes: investigadora, a outra docente de Matemática e a docente de Informática.

Planificar aulas de investigação, não se pode limitar à selecção ou construção das tarefas ou outros recursos. Segundo Santos e outros (2002), é também essencial preparar a forma como a tarefa irá ser apresentada aos alunos, escolher a metodologia, decidir o modo como vão ser confrontados os processos usados. No final, é ainda necessário reflectir após estas aulas com o objectivo inflectir e reajustar as planificações seguintes.

O presente estudo foi enquadrado em aulas de Matemática, sendo desta forma plenamente justificado nas planificações curriculares previamente elaboradas pelos docentes da escola.

A distribuição das actividades relacionadas com o estudo decorreu no ano lectivo 2008-2009. A caracterização dos alunos foi feita ainda em Outubro e no mês de Março foi efectuada a implementação do projecto de investigação em sala de aula e foram realizados os momentos de avaliação escrita. No terceiro período, tiveram lugar as entrevistas aos pares de alunos escolhidos.

Tabela 2 – Calendarização dos momentos do estudo e instrumentos usados na recolha de dados

Momento do estudo	Instrumentos de recolha de dados utilizados	Período
Fase inicial do estudo	Questionário de caracterização dos alunos	Outubro 2008 (2 aulas de Formação Cívica)
Elaboração dos guiões	Elaboração de três guiões sobre os *applets* a explorar	Fevereiro 2009
Utilização do CD em contexto de aula	Ficha de registo dos alunos Observação (notas de campo) Gravação de imagem e som nos computadores	Tarefa 1 dia 09 Março Tarefa 2 dia 12 Março Tarefa 3 dia 16 Março
Avaliação das aprendizagens realizadas	Mini - ficha de avaliação Questão de aula	Final de Março
Fase final do estudo (avaliação das atitudes, reacções e conhecimentos adquiridos)	Questionário individual Entrevistas aos pares	Abril Junho

3.4.2 Organização do trabalho

A escola onde decorreu a investigação possui duas salas de informática. Optou-se por uma sala com catorze computadores e com uma disposição que permite a circulação dos docentes por todo o espaço e chegar com facilidade a todos os alunos como podemos verificar na figura 1.

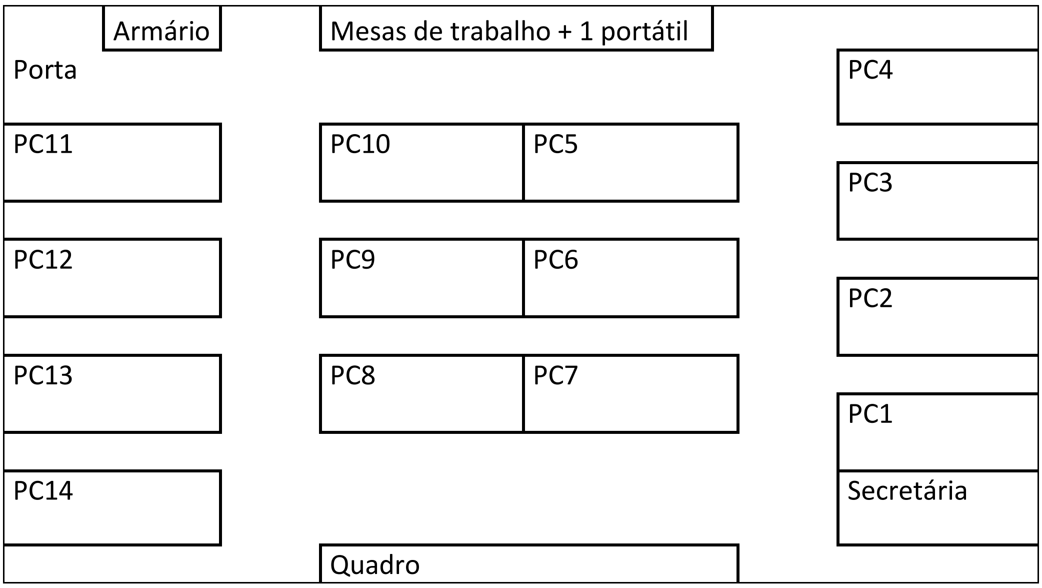


Figura 1 – Disposição da sala de informática

Logo após o toque de entrada, a docente encaminhava os alunos para os computadores de acordo com o que havia previamente planeado. Os pares que pareciam à investigadora poder vir a ser os mais favoráveis ao processo de investigação, eram colocados em computadores onde o existiam microfones para que o diálogo entre eles pudesse ser gravado. Para além disso, a imagem foi gravada em todos os computadores.

O CD explorado contém as *applets* e no guião do professor, o qual faz parte do projecto de adopção do manual, existem algumas sugestões de exploração dos mesmos.

Para levar a cabo esta investigação sentiu-se necessidade de preparar guiões para cada uma das tarefas. Foram elaborados três guiões – Anexos 1, 2 e 3 - como documentos auxiliares da exploração pretendida. Os guiões foram pensados de modo a serem preenchidos tendo em conta as aplicações escolhidas, preferencialmente em díade, de acordo com a perspectiva sócio – construtivista defendida por Vygotsy.

Em seguida, descreve-se resumidamente a estrutura do CD. No menu principal (

Figura 2), aparecem os temas que fazem parte do programa do sétimo ano, pela mesma ordem com que surgem nos manuais. Ao se dirigirem a este menu, é solicitado aos alunos que escolham a opção “DO ESPAÇO AO PLANO”.

Figura 2 – Menu principal do CD “*Matemática a Giz de Cor 7”*

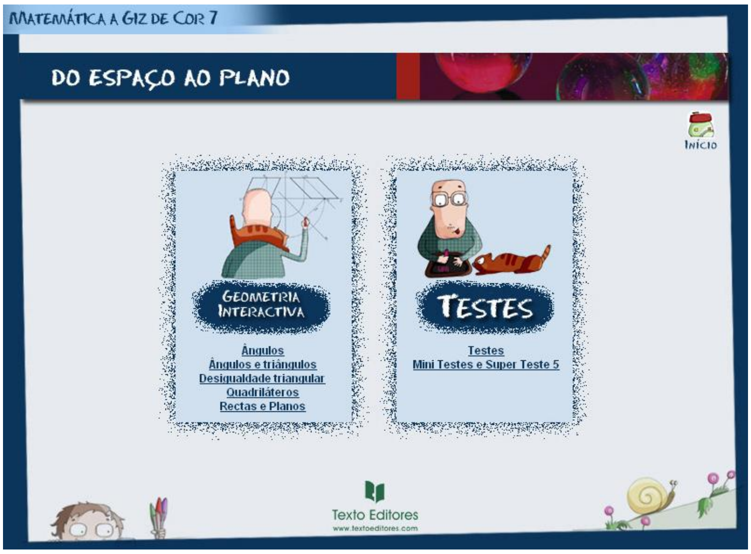


Figura 3 – Menu do tema '*Do Espaço ao Plano*'

Aparece então o tema: Geometria Interactiva, subdividido em cinco tópicos (

Figura 3): Ângulo, Ângulos e triângulos, Desigualdade triangular, Quadriláteros e Rectas e Planos. As tarefas abordadas neste estudo, referem-se aos três primeiros itens e para cada uma delas foi elaborado um guião.

A tarefa 1, sobre o tópico Ângulos, é composta por quatro aplicações: ângulos, ângulos verticalmente opostos, ângulos complementares e ângulos de lados paralelos (Figura 4).

Figura 4 – Menu *Exemplos* do tópico *Ângulos* (tarefa 1)

A tarefa 2 é sobre Desigualdade Triangular e é constituída por três *links* (Figura 5) para: *Desigualdade triangular 1*; *Desigualdade triangular 2*; *Desigualdade triangular 3*.

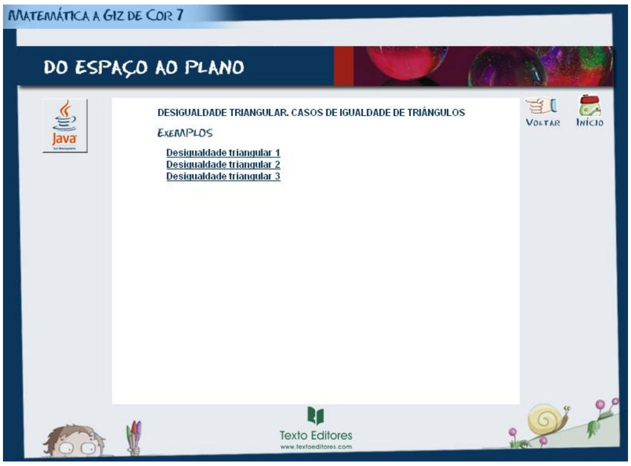


Figura 5 – Menu *Exemplos* do tópico *Desigualdade Triangular* (tarefa 2)

A tarefa três refere-se ao tópico Ângulos e triângulos e é composta por seis exemplos, como se pode observar na figura 6.

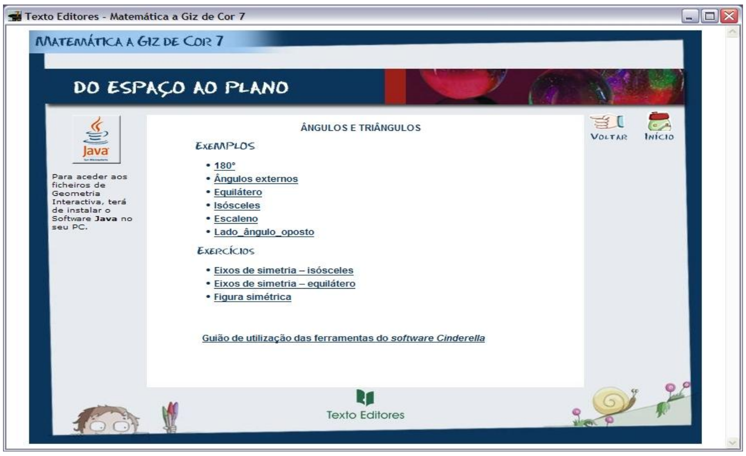


Figura 6 – Menu *Exemplos* do tópico *Ângulos e triângulos* (tarefa 3)

Na aula onde decorreu a exploração desta tarefa, os alunos iam preenchendo o guião, que terminava com a opção referente à relação lado - ângulo oposto. Aos alunos que terminavam a tarefa proposta, pedia-se que resolvessem os exercícios sobre eixos de simetria que aparecem no final deste menu.

CAPÍTULO IV

4 Análise de Dados

Neste capítulo, é descrita a forma como os alunos responderam às tarefas que lhes foram propostas no decorrer da investigação, recorrendo em simultâneo às gravações de áudio e vídeo, às entrevistas e notas de campo. Deste capítulo fazem ainda parte uma discussão sobre a resolução das tarefas. Apresentam-se ainda os resultados de dois momentos de avaliação a que os alunos responderam, que incluíam os conteúdos das aulas de investigação realizadas.

4.1 As aulas

Na primeira aula estavam presentes três docentes: a investigadora, uma docente de Matemática que trabalha com os alunos em Estudo Acompanhado a docente da disciplina de TIC da escola. Na segunda aula, estavam apenas as duas docentes de Matemática e na terceira estavam novamente as três docentes.

Na primeira aula, os alunos tinham muitas expectativas. Sabiam que iam trabalhar com os CD's do seu manual, uma vez que a docente lhes havia pedido que os trouxessem previamente, pois temia que os alunos se esquecessem, o que inviabilizaria a realização das tarefas previstas para as aulas. Nesse dia alguns alunos ainda foram para a sala habitual, mas depressa correram para a sala de informática. Ao chegar vinham em completa euforia, a falar alto e a quererem entrar todos ao mesmo tempo. "Stôra, hoje é aqui, não é? Onde me sento?" – e mais um sem número de questões, a maior parte apenas para procurar conversar, porque a curiosidade e a excitação eram enormes e não se continham em silêncio. No início da aula, as professoras informaram os alunos onde tinham de se sentar, ajudaram-nos a introduzir o CD e a abrir na tarefa pretendida, descarregar o programa *Java* nalguns computadores, prepararam o programa que permitia gravar a realização das tarefas (este já previamente instalado nos computadores), e muitas outras questões de ordem prática. Foi pedida a atenção dos alunos, distribuído o guião e deu-se início à aula. Nesta primeira experiência, e sendo a primeira dos alunos com o CD, com a sala de informática e com este tipo de tarefa, as questões surgiram logo de início. A questão colocada e que não é nova na turma, é: "Stôra, o que é que é p'ra fazer?". Após um pedido de nova leitura por parte dos alunos, normalmente um deles dizia: "Ah, é isso, ok, ok,…" e iniciavam o seu trabalho. Se surgiam problemas de carácter informático a docente de TIC ia ajudar. Se as questões eram relacionadas com a realização das tarefas, então eram as docentes de Matemática que intervinham. Em conversa prévia durante a preparação destas aulas, a investigadora pediu que a intervenção da colega de Matemática fosse apenas no que se referisse à realização das tarefas, ou seja, que esclarecesse os alunos sobre os procedimentos em termos de resolução das tarefas mas que procurasse não influenciar no que respeita à interpretação dos resultados ou à formulação das conjecturas e/ou conclusões.

Das notas de campo, verificou-se que as intervenções são maioritariamente do tipo: "Lê lá a pergunta de novo", "Move lá os pontos de novo e observa o que acontece", "Viste? O que aconteceu com as amplitudes dos ângulos?". Muitas vezes os alunos não escreviam o que observavam: "Sim, é isso, mas agora escreve na folha!".

Especialmente na tarefa 2, *Desigualdade Triangular*, segunda aula, no final, onde era pedido que se escrevesse uma conjectura, houve muitos pares a perguntar o mesmo: "O que é uma conjectura?" e após escreverem chamaram de novo: "Oh, stora, é isto? Tá certo assim?". Nesta situação, as docentes pediam que escrevessem por palavras suas as conclusões que achavam que podiam retirar, mas não corrigiam o produto final, o que aconteceu apenas depois de a investigadora recolher os guiões. Nesta segunda aula, os alunos mostraram-se menos irrequietos e menos expectantes: o tipo de tarefa, embora diferente, já não era uma total novidade. Os alunos já conheciam os procedimentos iniciais no que respeita ao CD e à forma de utilizar o programa.

Uma situação curiosa aconteceu na terceira aula. Sensivelmente a meio da mesma, os alunos estavam tão empenhados, calmos e sem solicitar as docentes, que estas se encontraram num dos extremos da sala, paradas e a comentar: "Estão tão envolvidos que nem nos ligam…", "Nem parecem os alunos da primeira aula…". De facto, no decorrer da terceira aula, os alunos mostraram-se igualmente empenhados mas mais concentrados na realização das tarefas e menos agitados: o factor novidade já não os influenciava. Solicitaram menos o apoio das professoras pois além de conhecerem os procedimentos iniciais, havia sempre pelo menos um elemento do par que conseguia contornar os obstáculos que pudessem surgir no decorrer da nova tarefa. Também deixou de ser necessário estar sempre a lembrar os alunos que deviam escrever as respostas pedidas nos guiões. Note-se que os alunos não tinham abordado os conceitos da primeira e segunda aula: pretendia-se que fossem eles a chegar às definições ou conjecturas. Na terceira tarefa, havia alguns conceitos já abordados como a simetria de figuras ou 'A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º'. O que era pretendido era uma conjectura sobre a relação entre os lados e os ângulos de um triângulo.

4.2 Tarefa 1 – *Ângulos*

A tarefa 1 refere-se ao tópico ***Ângulos*** e é composta por quatro aplicações: *ângulos*, *ângulos verticalmente opostos*, *ângulos complementares* e *ângulos de lados paralelos* (Figura 7).

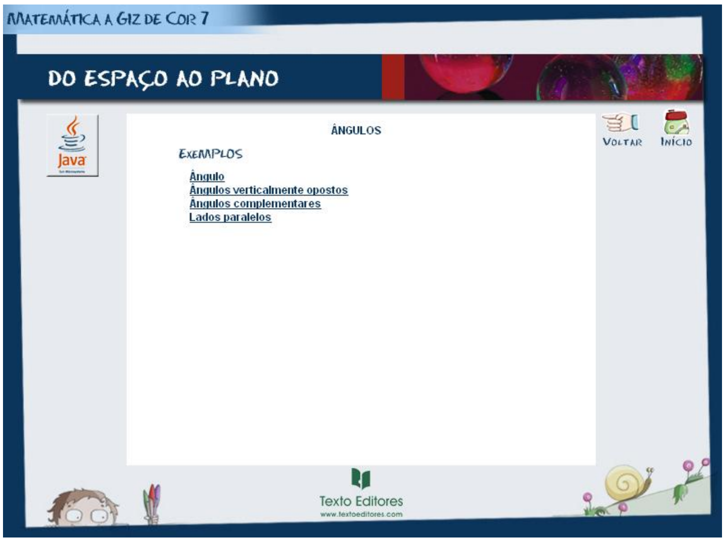


Figura 7 – Menu *Exemplos* do tópico *Ângulos* (tarefa 1)

No guião elaborado, aparece em primeiro lugar uma definição de ângulo bem como a imagem que eles observam quando abrem a opção *Ângulo*.

Esta opção permite mover o vértice do ângulo sem alterar a sua amplitude, e dois pontos A e B, assinalados nas semi-rectas, que ao serem movidos alteram a amplitude do ângulo, mantendo o vértice. Aqui nada é pedido ao aluno, apenas se pretende rever a noção de ângulo – Fig. 8

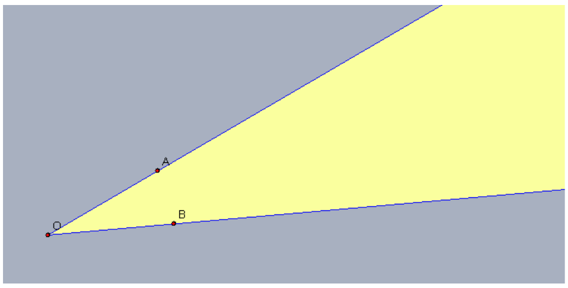


Figura 8 – Revisão da noção de ângulo

De seguida, e em relação à opção *Ângulos Verticalmente Opostos*, os alunos têm no guião a imagem que aparece no computador acompanhada de uma questão – fig 9.

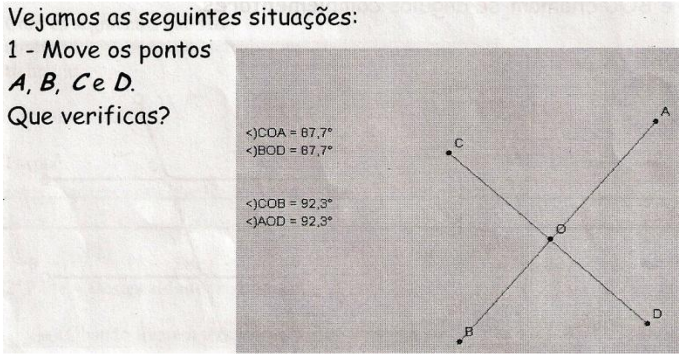


Figura 9 – Ângulos verticalmente opostos

O programa permitia mover os pontos assinalados: A, B, C, D e O. O conceito de ângulo verticalmente oposto era desconhecido dos alunos e não figura no guião. De notar que a simbologia utilizada nas *applets* para a amplitude de um ângulo é diferente da simbologia utilizada no manual do aluno, onde aparece, por exemplo, em relação aos ângulos complementares: AÔC + CÔB = 90º.

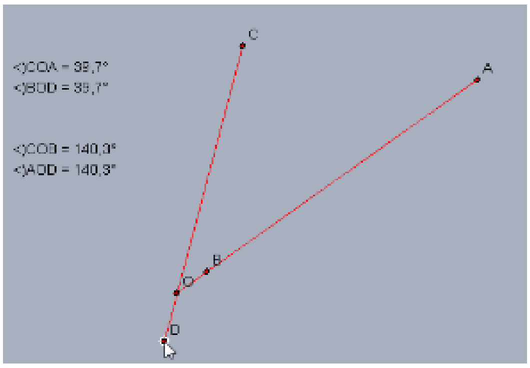


Figura 10 – Resultado da manipulação dos pontos assinalados pelo Par 1

O Par 1, José e Renato, começam a mover os pontos por ordem alfabética e movem-nos todos. O ponto que os alunos mais movem, é o ponto A. Movem o ponto, ora esticando ora encolhendo o segmento de recta [AB]; movem para os lados, dando a entender que estão a mover o ponto de todas as formas que lhes parecem possíveis. Após fazerem o mesmo a todos os pontos, inclusive 'desfazendo' a figura inicial e esticando o ponto A até que a aplicação permita (a *applet* não permite que os segmentos não se intersectem), nota-se uma pausa na imagem, ou seja, os alunos deixam de mover qualquer ponto e passam à escrita das suas conclusões no guião. Este par conclui:

Verificamos que os ângulos verticalmente opostos têm as mesmas amplitudes.

Durante a entrevista, procurou-se perceber de que forma estes alunos pensaram e qual era o seu entendimento acerca de ângulos verticalmente opostos.

> Prof. – Eu quero que vocês me digam porque é que tiraram essa conclusão?
>
> Renato – Pois, nós mexemos aqui no O e no A, mexemos quase todos… e depois verificamos que ficava com as mesmas amplitudes.
>
> Prof. – Agora diz-me, o que é que ficava com a mesma amplitude? Diz-me lá quais são os ângulos que estás a dizer que ficam com as mesmas amplitudes?
>
> José – O ângulo ∡ COB com o ∡ AOD.
>
> Prof. – Mais nada? Só esses é que ficavam com a mesma amplitude?
>
> José – Não, o ∡ COA com o ∡ BOD.
>
> Prof. – Então o que é que são ângulos verticalmente opostos?
>
> Renato – Então, por exemplo, é o B com o …
>
> José – ∡ BOD com o ∡ COA.
>
> Prof. – Esses ângulos são verticalmente opostos. Só?
>
> Renato – Não, o ∡ COB com o ∡ AOD.

Este par identifica os pares de ângulos verticalmente opostos como sendo os ângulos que têm a mesma amplitude.

Em relação ao Par 2, a Ana e a Carla, moveram todos os pontos, tal como o Par 1 embora tenham realizado esta tarefa com mais agilidade. Apenas moveram cada ponto uma vez, esticando, encolhendo ou ‘rodando’ os mesmos. A Ana conclui de imediato: “∡ COB é igual a ∡ AOD e ∡ COA é igual a ∡ BOD”. No guião deste par lê-se:

verifico que movendo os pontos podemos obter vários ângulos que estes são sempre* opostos.
* Verticalmente

Aqui, observa-se que oralmente a Ana faz uma observação correcta e sem qualquer dificuldade, mas não escreve com clareza o que observa.

Em entrevista, pergunta-se a dada altura:

> Prof. – O que é que acontece às amplitudes?
>
> Ana – As amplitudes ficam sempre iguais.
>
> Prof. – Quais?
>
> Ana – A do CÔA com o BÔD e o AÔD com o CÔB.
>
> Prof. – Ah! Ficam os 4 iguais?

Ana, Carla – Não!

Carla – Não, ficam só de 2 em 2.

Prof. – O que é que são ângulos verticalmente opostos? Quais desses ângulos são pares de ângulos verticalmente opostos?

Ana – São os que acabei de dizer! ∡COB e ∡AOD e estes dois… (diz, apontando para os ângulos ∡COA e ∡BOD).

Como se pode perceber, este par identifica os ângulos verticalmente opostos como sendo os pares de ângulos com a mesma amplitude.

O Par 3, Filipa e Sandra, curiosamente apenas movem o ponto A, embora de todas as formas que a aplicação lhes permite – Fig. 11.

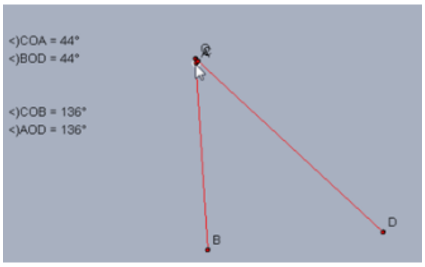
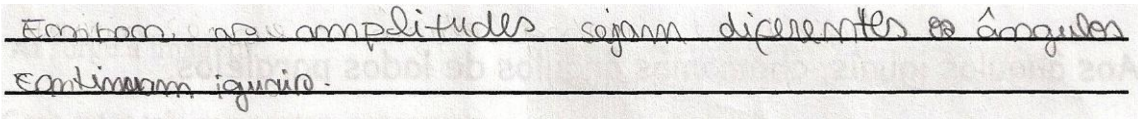


Figura 11 – Resultado da manipulação do ponto A pelo Par 3

De seguida passam à escrita da conclusão, no respectivo guião:



Procurou-se então perceber a que ângulos se referiam:

Prof. – Eu quero que vocês me digam o que é que fizeram, como é que chegaram a essa conclusão.

Filipa – Começamos a mexer os pontos…

Prof. – E?

Filipa – Então, andámos a mexer e embora as amplitudes eram diferentes, mas os ângulos ficavam iguais…

Prof. – Quais eram os ângulos que ficavam iguais? Todos? Os 4?

Filipa – Não, o ângulo ∡COA com ∡BOD e estas amplitudes ficavam iguais…

Prof. – Estás a dizer que o ângulo ∡COA ficava com a mesma amplitude do ângulo ∡BCD? Só?

Filipa – E depois CÔB igual a AÔD.

Prof. – Então digam-me: se eu perguntar o que são ângulos verticalmente opostos, vocês conseguem-me dizer?

Sandra – São ângulos que… (fez-se silêncio durante algum tempo).

Prof. – Destes, sabem-me dizer quais são verticalmente opostos?

Filipa – É o $\measuredangle$ COA com o $\measuredangle$ BOD, são verticalmente opostos, e $\measuredangle$ COB com o $\measuredangle$ AOD.

Prof. – Porquê?

Filipa – Então, os verticalmente opostos são os que tão ‘em frente’.

Prof. – Então acontecia com os dois pares de ângulos e não apenas com um par?

Filipa – Sim.

O Par 3 identifica os ângulos verticalmente opostos, diz que são os que estão ‘em frente’, mas não consegue escrever uma definição.

Nesta primeira questão que lhes foi colocada, verifica-se que os pares conseguem reconhecer o que são ângulos verticalmente opostos e quais são, pela observação de que as amplitudes ficam iguais duas a duas, mas têm dificuldade em redigir ou verbalizar uma definição.

A segunda questão é relativa à definição de ângulos complementares, e o que está no guião e na *applet* é:

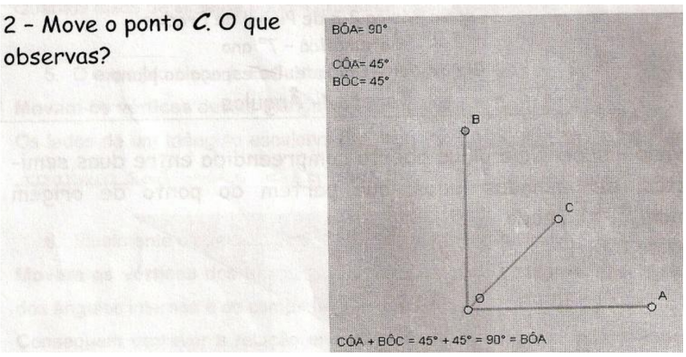
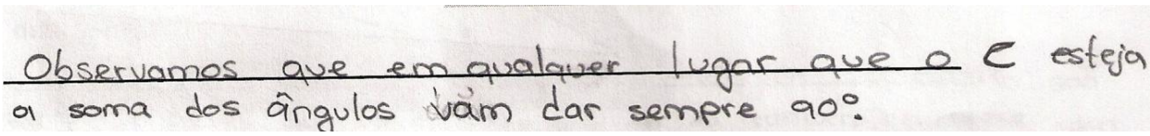


Figura 12 – Ângulos complementares

O Par 1, move o ponto C várias vezes, quer em direcção a A, quer em direcção a B, fazendo-o também coincidir quer com o ponto A quer com o ponto B.

Em seguida os alunos concluem da seguinte forma:



Na entrevista procura-se perceber o que os alunos fizeram:

Prof. – Agora digam-me: como é que vocês chegaram a essa conclusão que está aí?

Renato – Porque o $\measuredangle$BOA faz um ângulo de 90º que se nós mexermos o C, o O, que é uma recta…

Prof. – Só mexeram o C? E o que é que acontecia?

Renato – Fica de 90º porque quando passar na origem, e …

Prof. – Vocês escreveram que independentemente de onde o C esteja, a soma das amplitudes era 90º. Não está muito bem explicado … José?

José – Se o C for para cima, o $\measuredangle$BOC ficava um ângulo menor e o $\measuredangle$COA ficava maior e isso ia dar sempre 90º. Se viesse p´ra baixo, o ângulo $\measuredangle$BOC ficava maior e o $\measuredangle$COA ficava menor.

Prof. – Mas…

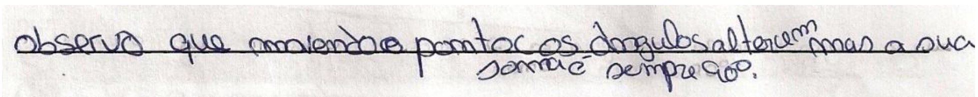
José - Mas dava sempre 90º.

Prof. – A soma seria sempre 90º. Muito bem. Então a estes ângulos nós chamamos ângulos complementares. Se eu vos perguntar o que são ângulos complementares? (após algum silêncio) Dois ângulos são complementares se…

José – … Os dois somados dão 90º.

Os alunos conseguem perceber que a soma dos ângulos complementares é 90º e tentam definir ângulos complementares. Verificam esta soma para vários pares de ângulos.

A Ana e a Carla, o Par 2, começaram a mover o ponto C e a dada altura tentaram colocar o C onde estava quando abrem a aplicação, ou seja, em que os ângulos $\measuredangle$BOC e $\measuredangle$COA têm amplitude igual, e igual a 45º. Como não conseguiram, fecharam a aplicação e voltaram a abrir. A Ana explica à Carla: “por mais que ‘se mexa’ o ponto C, os ângulos ficam diferentes mas a soma fica igual”. A Carla completa: “Percebi: o ângulo $\measuredangle$BOC mais o ângulo $\measuredangle$COA dão sempre 90º” – aqui as alunas referem ângulo em vez de amplitude. De seguida, ainda voltaram a mover o C, fazendo-o coincidir, primeiro com o ponto A e depois com o ponto B. A resposta deste par foi:


observo que movendo o ponto C os ângulos alterem mas a sua soma é sempre 90º.

Quando questionados sobre a resposta que deram, continuaram a manifestar compreensão acerca dos ângulos complementares.

Carla – Stôra, eu acho que a gente movimentando o ponto C, seja o ângulo que ele tiver, a soma deles dá sempre 90º.

Prof. – Independentemente do sitio onde o C estiver?

Carla – Sim, dá sempre 90º.

Prof. – O que é que dá 90º?

Carla – A soma de BÔC e CÔA.

Prof. – Então a soma destas duas amplitudes, independentemente de onde o C está, dá sempre 90º?

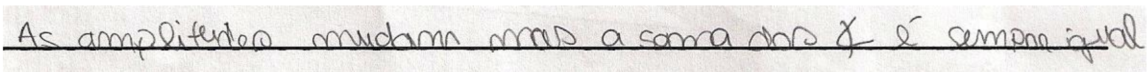
Carla – Sim.

Prof. – Bem, então o que são ângulos complementares?

Carla – São ângulos que a soma deles dá sempre 90º.

Estas alunas tentam escrever uma definição de ângulos complementares e percebem que a soma das amplitudes de ângulos complementares é 90º.

O Par 3, Filipa e Sandra, moveu o ponto C algumas vezes, sem nunca sentir necessidade de o sobrepor aos pontos A ou B. Não demoraram muito tempo com esta questão, escrevendo logo a sua resposta:



Prof. - Que amplitudes mudam, que soma é sempre igual? Expliquem-me só esse raciocínio.

Filipa – Nós mexemos o ponto C e… ao mexer o ponto C, as amplitudes ficavam sempre… as amplitudes mudavam mas a soma era sempre a mesma, dava sempre 90º.

Prof. – Então o que são ângulos complementares?

Filipa – São os ângulos que somados dão 90º.

Este par consegue perceber que a soma da amplitude de dois ângulos complementares é 90º, apenas pela manipulação do ponto C da figura.

Nesta segunda questão, os pares chegam à resposta mais rapidamente, não encontrando dificuldades em perceber que a soma da amplitude dos ângulos $\measuredangle$BOC e $\measuredangle$COA é sempre 90º. Nas respostas que escrevem, mesmo sem escrever a que ângulos se referem, dizem haver uma soma que é sempre de 90º, independentemente da posição do ponto C. Apenas o terceiro par não sente necessidade de sobrepor o ponto C aos pontos A e B. Chegam à resposta mais rapidamente e sem ser necessário colocar mais questões aos alunos. No entanto, não conseguem redigir uma definição completa.

A terceira e última questão deste guião dizia respeito a *Ângulos de lados paralelos*:

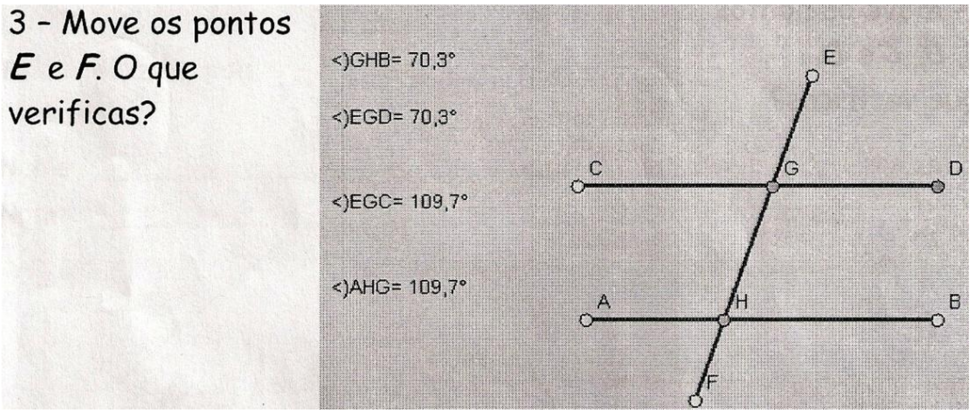


Figura 13 – Ângulos de lados paralelos

O Renato e o José começaram por mover o ponto E e depois o ponto F, ambos para a direita e para a esquerda. A dada altura movem o ponto E até conseguirem que os ângulos assinalados ao lado esquerdo da figura ficassem todos com amplitude igual a 90º. De seguida moveram novamente E e F, e escrevem no guião: "Verificamos que se movermos a recta EF o $\measuredangle EGD$ vai ficar com a mesma amplitude que o $\measuredangle GHB$ e $\measuredangle EGC$ vai ficar com a mesma amplitude que o $\measuredangle\ GHA$".

O José, quando questionado sobre a resposta que deu no guião, explica:

> José – Primeiro metemos aquilo direito, e davam todos 90º. Depois mexemos o E para a esquerda e o $\measuredangle \boldsymbol{EGD}$ ficou maior e também verificamos que o $\measuredangle \boldsymbol{GHB}$ ficou com a mesma amplitude do de cima. Depois mexemos o E para a direita e verificamos que $\measuredangle \boldsymbol{CGE}$ ficou com a mesma amplitude de $\measuredangle \boldsymbol{AHG}$.

Desta forma o José consegue identificar os pares de ângulos que permanecem com a mesma amplitude.

Tentamos depois verificar se tinham percebido o que eram ângulos de *lados paralelos*:

> Prof. – Agora diz-me: o que são ângulos de lados paralelos? Vocês escreveram estas conclusões, agora digam-me o que são ângulos de lados paralelos.

Renato – Não sei explicar muito bem.

Prof. – Se vos perguntar o que são ângulos de lados paralelos, com que ideia é que vocês ficaram?

José – São ângulos que têm a mesma amplitude.

Prof. – Há ângulos com a mesma amplitude que não são ângulos de lados paralelos. Mas porque é que lhes chamamos: *de lados paralelos*?

José – Porque há duas rectas paralelas…

Prof. – Ah! …

José - … E depois há uma semi-recta que é o EF, que separa, que atravessa as duas paralelas.

Prof. – E forma aí ângulos, não é? Esses ângulos têm lados…

José – Paralelos!

Os alunos identificam os ângulos de lados paralelos. A dificuldade surge quando tentam definir. Referem-se aos segmentos de recta como rectas. Na aplicação, a construção geométrica recorre a segmentos de recta. No início do guião, os alunos revêem a noção de ângulo, observando uma imagem onde na construção do ângulo aparecem semi-rectas e não segmentos de recta – fig. 8. Ora, tal pode justificar a confusão de linguagem dos alunos quando tentam explicar o seu raciocínio. Estas questões foram posteriormente esclarecidas, tentando que os alunos percebessem a diferença entre recta, semi-recta e segmento de recta, bem como a simbologia associada a cada situação, pois muitos alunos cometeram este tipo de incorrecção.

A Ana e a Carla, começam por mover os pontos E e F, 'desmontando' o desenho inicial, ou seja, de forma que [EF] deixa de intersectar [CD] e [AB]. Aí, a Carla diz: "O E e o F estão sempre juntos, Ana, nunca se largam. Tanto que, o C, o G e o D e o A, H e o B também não se largam". E diz a Carla: "Como é que explicas isso? Não é bem assim…. Verifico que os pontos E e F estão contidos na mesma recta". A Ana sente necessidade de corrigir a linguagem da Carla, embora diga 'recta' em vez de 'segmento de recta'. A Carla continua a insistir no facto de E e F serem pontos do mesmo segmento de recta. De seguida, sem discussão prévia entre as duas, a Ana diz: "Aos ângulos iguais, chamamos ângulos de lados paralelos."

Quando se pediu para explicarem o que verificaram ao mover os pontos E e F, a Ana respondeu que: "apesar de mexermos o E e o F, o G e o H ficam sempre iguais".
A aluna refere-se aos ângulos indicando apenas os seus vértices. Vários alunos da turma o fizeram, pelo que este erro de linguagem foi corrigido nas aulas que se sucederam à realização das tarefas.

Prof. – São apenas esses dois ângulos que se mantêm iguais?

Ana – Aí sim. Se tivesse aqui outra letra aqui para este lado, e para este lado, também era igual…

Aqui as alunas referem-se ao facto de, na applet, as letras G e H, se encontrarem do lado direito de [EF], correspondente ao ângulo agudo – ver fig. 13.

Outro aspecto a realçar aqui é o facto de os alunos se referirem aos ângulos agudos com maior frequência e sempre em primeiro lugar, descuidando os ângulos obtusos.

A este facto pode não ser alheia a definição de ângulo que aparece no início deste guião, e cuja imagem foi retirada da primeira opção ângulo a que nos referimos anteriormente – fig 8. De facto, e à semelhança do acontece também nos manuais escolares, a definição inicial de ângulo é acompanhada de uma imagem de um ângulo agudo e só mais tarde se faz referência ou se definem outros ângulos.

Prof. – A letra está a indicar um ponto…

O que é que são ângulos de lados paralelos? Conseguiram, através deste exemplo, desta actividade, concluir o que são?

Ana – Têm pelo menos um lado em comum… uma recta… o G e o H têm uma recta em comum.

Aqui novamente a aluna refere-se aos ângulos agudos designando-os pelos respectivos vértices.

Prof. – Têm de ter um lado em comum e…

Ana – E os outros dois são paralelos!

Prof. – Um lado paralelo e o outro é a mesma ‘recta’? É isso?

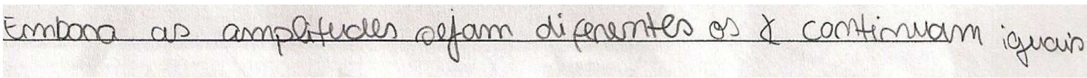
Ana, Carla – Sim.

Prof. – E em termos de amplitude dos ângulos de lados paralelos?

Ana – São sempre iguais.

Este par aponta como ângulos de lados paralelos apenas o par de ângulos agudos. Apesar disso é deste par que sai uma definição mais ‘completa’ de *ângulos de lados paralelos*, embora um pouco conduzida.

A Filipa e a Sandra, movem o E apenas alguns segundos, para ambos os lados, depois o F, e não voltam a mover mais nenhum ponto. No seu guião escrevem que:


Embora as amplitudes sejam diferentes os $\measuredangle$ continuam iguais

Quando lhes foi pedido que explicassem o seu raciocínio, escrevem que:

> Filipa – O $\measuredangle$ GHB e o $\measuredangle$ EGD ficavam os dois iguais, fica a amplitude igual, e quando mexíamos o ponto F o $\measuredangle$ EGC ficava igual ao $\measuredangle$ AHG.
>
> Prof. – Então quando mexiam o E, mudavam estes [referindo-se aos ângulos $\measuredangle$ GHB e $\measuredangle$ EGD] e quando mexiam o F, mudavam os outros ($\measuredangle$ EGC e $\measuredangle$ AHG)?
>
> Filipa – Quando nós mexemos um ou outro, mudava sempre.
>
> Prof. – Então o que são ângulos de lados paralelos? Porquê a palavra paralelo?
>
> Filipa – Eles são paralelos…
>
> Prof. – Eles ‘quem’?
>
> Filipa – Os lados…
>
> Prof. – Conseguiram perceber o que são ângulos de lados paralelos? Conseguiram concluir com este exemplo?
>
> Filipa – Então … G, H, …
>
> Prof. – São dois pontos…
>
> Filipa – $\measuredangle$ EGD e $\measuredangle$ GHB são de lados paralelos.
>
> Prof. – São só estes ou são mais alguns?
>
> Filipa, Sandra – Não…

Este par identifica os pares de ângulos de lados paralelos, porém não consegue chegar a uma conclusão.

Nesta última questão, os alunos revelam tendência para se referirem em primeiro lugar aos ângulos agudos, e por vezes apenas a estes, como alias já se referiu. Podemos observar, mais uma vez, que os alunos se referem aos ângulos, indicando apenas os seus vértices subentendendo-se que se trata do ângulo agudo. Outra questão a referir é o facto de por vezes os alunos não distinguirem ângulo de amplitude do ângulo. Também se referem aos segmentos de recta chamando-lhes rectas. Estas questões foram abordadas, chamando a atenção para o facto de nas aplicações estarem construções geométricas recorrendo a segmentos de recta em vez de rectas. Outra questão abordada nas aulas foi a simbologia associada aos ângulos tentando que os alunos percebessem que era diferente referirmo-nos ao ângulo ou à sua amplitude. Pode ainda concluir-se que nesta questão os alunos conseguem perceber que há dois segmentos de recta que são paralelos, e que são os lados dos ângulos que têm a mesma amplitude, mas não completam a definição pois não se referem ao lado comum. Porém, quer as questões do guião quer as próprias aplicações não eram propícias a que os alunos conseguissem definir, mas sim a que conseguissem identificar os ângulos verticalmente opostos ou os ângulos de lados paralelos como tendo a mesma amplitude e isso os alunos conseguem fazer, sem dificuldade. De notar que o próprio manual dos alunos não escreve definições formais deste tipo de ângulos, apresentando apenas rectas que se intersectam e os nomes atribuídos aos ângulos resultantes dessa intersecção, bem como ao facto de as suas amplitudes serem iguais.

4.3 Tarefa 2 – *Desigualdade Triangular*

A aplicação relacionada com esta tarefa era composta por três opções: Desigualdade Triangular 1, Desigualdade Triangular 2 e Desigualdade Triangular 3.

Para esta segunda aula, foi também elaborado um guião, onde se apresentavam as três situações do CD pela mesma ordem da aplicação e no final pedia-se que os alunos escrevessem uma conjectura, por palavras deles, que fosse equivalente à desigualdade triangular. Os alunos desconheciam esta desigualdade.

A situação 1 era enquadrada pela figura seguinte:

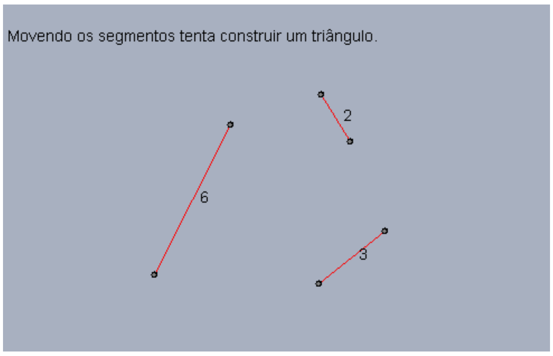


Figura 14 – Desigualdade Triangular: situação 1

Era colocada a seguinte questão no guião:

"Com os segmentos que vos apresentam, conseguem desenhar um triângulo?"

Primeiro os alunos marcavam uma cruz na opção *Sim* ou na opção *Não* e de seguida tinham de justificar a sua resposta.

O José e o Renato começam por arrastar o segmento de comprimento 2 até um dos extremos do segmento de comprimento 6 e depois arrastam o segmento de comprimento 3. De seguida juntam o segmento de comprimento 3 com o segmento de comprimento 2 e depois com o segmento de comprimento 6 e movem-nos de várias formas, rodando os três segmentos em torno dos seus extremos, na tentativa de construir um triângulo – fig. 15.

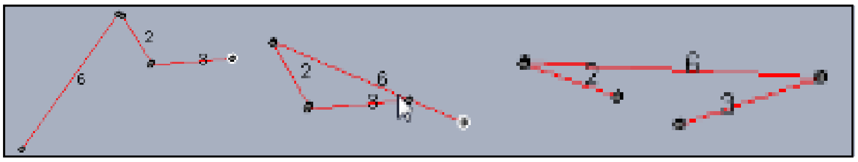
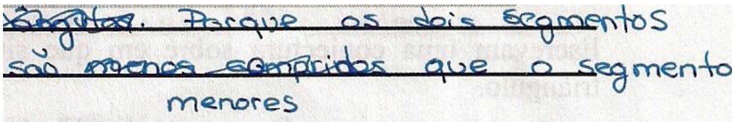


Figura 15 – Construção de um triângulo pelo Par 1: situação 1

De seguida, colocam o segmento de comprimento 6 na horizontal e movem o segmento de comprimento 2 e o segmento de comprimento 3 cada um para seu extremo. Com os segmentos como estão na imagem (fig.15), os alunos rodam os segmentos menores em torno da intersecção com o segmento de comprimento 6 devagar e por diversas vezes, até que dão por concluída a exploração desta situação.

Em resposta à questão colocada no guião, estes alunos consideram que não é possível formar o triângulo pedido e argumentam:



Questionados sobre a resposta dada, gerou-se o seguinte diálogo:

Prof. – Como é que chegaram a essa conclusão?

Renato – Porque o 2 mais o 3 não é maior do que o 6.

Prof. – E tinha de ser? Porquê?

Renato – Porque se ficasse da mesma… Por exemplo, se 2 fosse 3, não ia dar na mesma porque não fazia um triângulo, não se conseguia ‘alevantar’, pronto!

Prof. – Explica como quiseres…

Renato – Por exemplo, se fosse o 4 mais o 3…

Prof. – Esta ficha tem 3 situações: agora estou-te a pedir que te concentres só nesta. Porque é que 6, 2, 3, tu disseste que não?

José – Primeiro meti o 6 deitado…

Prof. – Ah! É isso que quero saber! E depois?

José - … Depois em cima do 6 metemos o 2 e o 3, um em cada ponta, depois tentamos levantar os 2, um de cada vez, e não chegava lá ao …

Prof. – Fizeram várias tentativas?

José – Fizemos!

Prof. – Mexeram várias vezes os extremos desses segmentos?

Renato – Sim.

José – E nunca dava.

Os alunos conseguem perceber que com segmentos de comprimentos 2, 3 e 6, não é possível construir um triângulo e conseguem justificar. Mais: em duas das intervenções do Renato, percebe-se que ele tenta justificar com outros comprimentos diferentes dos desta aplicação, dando a ideia de que conseguem libertar-se da construção geométrica, fazendo a ponte entre o raciocínio geométrico e o raciocínio algébrico.

A primeira tentativa da Ana (Par 2), é unir os extremos dos três segmentos. De seguida coloca os três segmentos na horizontal, figura 16, com os menores por cima do segmento maior, e diz para a Carla: "Não dá…". Pede uma caneta à colega e pergunta-lhe se percebeu ao que a Carla diz: "Não dá porque os traços são muito pequeninos", e dão por concluida a primeira situação.

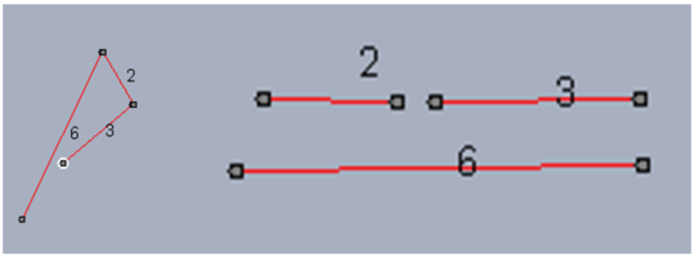


Figura 16 – Construção de um triângulo pelo Par 2: situação 1

Este par diz não ser possível nesta situação construir um triângulo e questionado sobre a sua conclusão, explicam o seu raciocínio:

Ana – Não porque 2 mais 3 dá 5 e não 6, não superior a 6.
Prof. – Mas como é que vocês chegaram a essa conclusão?
Carla – Nós juntámos o 3 com o 2 e dava 5.
Ana – Não foi nada! Tás a baralhar tudo! Nós primeiro pusemos o 3 em cima do 6 e o 2 também em cima do 6.
Prof. – Puseram o 6 na horizontal, é isso?
Ana – Não, stôra, simplesmente pusemos o 2 em cima do 6 e o 3 em cima do 6.
Carla – E vimos que sobrava um bocadinho.
Prof. – Não conseguiram unir?
Carla – Sim, não dava… porque ficava igual …

Respondem correctamente e explicam como procederam em relação à construção geométrica da figura, porém na justificação recorrem a um argumento numérico, por exemplo quando a Ana diz: “Não porque 2 mais 3 dá 5 e não 6, não superior a 6” e a Carla mais tarde: “Nós juntámos o 3 com o 2 e dava 5.” Parece ser aqui evidente um raciocínio numérico.

O Par 3, a Filipa e a Sandra, começaram por unir os três segmentos e obtiveram, como primeira figura algo muito semelhante ao desenhado pelo Par 2 – figura 16. Não fazem mais tentativa nehuma, não movem nenhum segemento. Dizem não ser possivel a construção do triângulo e justificam, escrevendo: ‘Porque a soma 2+3 é igual a 5 e com 6 e 5 não dá para construir um triângulo’.

Neste par, ambas as alunas revelam alguma timidez e receio de errar, hesitando mesmo na entrevista.

> Prof. – Como fizeram? Como é que fizeram no computador?
> Filipa – Então, nós juntávamos, os pontos não se uniam…
> Prof. – Não conseguiam fazer a figura?
> Filipa, Sandra – Não…

A falta de justificações ou argumentos destas alunas na entrevista, provavelmente deveu-se ao facto de quase não terem explorado esta primeira situação. Porém, a sua resposta dá a entender que as alunas percebem porque não conseguem construir um triângulo e escrevem uma resposta baseada num raciocínio algébrico, escrevendo mesmo o cálculo: “2+3 é igual a 5”.

Nesta primeira situação, foi o Par 1 que sentiu mais necessidade de explorar as várias posições possíveis para os três segmentos, como se estivessem a tentar esgotar todas as hipóteses antes de escreverem a sua conclusão. A Ana explorou esta tarefa sozinha, embora perante o olhar atento da Carla. Esta aluna rapidamente percebeu que não era possível e não sentiu essa necessidade de explorar tão exaustivamente a situação proposta. Este par era dos que mais rapidamente concluíam as suas tarefas em sala de aula. Em relação ao último par, não tendo explicado o seu raciocínio, podemos perceber na sua resposta que respondem e justificam correctamente. Uma observação importante é o facto de todos os pares conseguirem libertar-se dos segmentos e da construção geométrica do triângulo e as suas justificações serem baseadas em cálculos, dando a entender que conseguem fazer a analogia entre o raciocínio geométrico e o raciocínio algébrico.

Em relação à segunda situação, o que se apresentava aos alunos era:

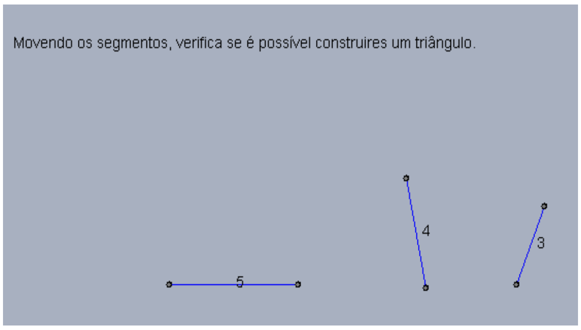


Figura 17 – Desigualdade Triangular: situação 2

Os alunos Renato e José começam por unir os segmentos menores aos extremos do segmento de comprimento 5:

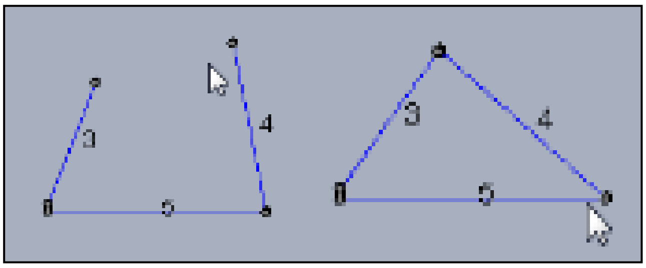


Figura 18 – Construção de um triângulo pelo Par 1: situação 2

De seguida unem os segmentos menores e controem assim um triângulo - fig 18. No seu guião dizem ser possivel a construção de um triângulo e escrevem:

Porque os dois segmentos de recta ~~juntos são~~ menores juntos são maiores que o segmento de recta maior

Questionados sobre a forma como procederam desta vez, o Renato diz:

Renato – Foi igual. Metemos o 5 assim como tá [na horizontal], e metemos o 4 em cima do 5.

Prof. – Sim.

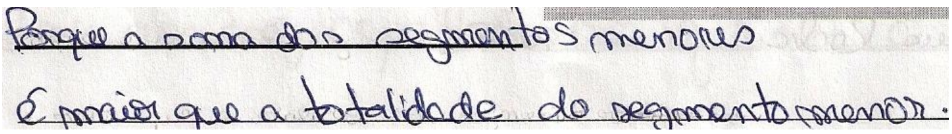
Renato – Depois, mais o 3 e deu maior! Depois alevantámos os… (o aluno aqui não consegue concluir a frase)

Prof. – E conseguiram unir?

Renato – Sim. Conseguimos fazer o triângulo.

O José e o Renato conseguem construir o triângulo e explicar como procederam. Parece estar presente o raciocínio numérico quando o Renato diz: “Depois mais o 3 e deu maior!”

As alunas Ana e Carla, agem da mesma forma que os colegas: começam por unir os segmentos menores aos extremos do segmento maior e de seguida unem os segmentos de comprimentos 3 e 4 e constroem um triângulo. Nesta situção as alunas dizem ser possivel a construção do triângulo e justificam do seguinte modo:

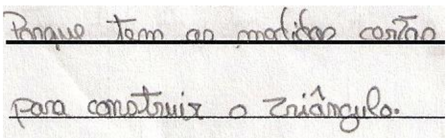

Porque a soma dos segmentos menores
é maior que a totalidade do segmento menor.

Perguntamos às alunas como tinham procedido:

> Ana – Fizemos a mesma coisa! Pusemos o 4 em cima do 5, o 3 em cima do 5 e vimos que ainda sobrava um bocado.
>
> Prof. – Explica lá isso melhor…
>
> Ana – Stôra, eu peguei no 4 e pus em cima do 5, e depois pus o 3 e ainda sobrava um pedaço, logo dava para construir um triângulo.
>
> Prof. – E como é que vocês o construíram?
>
> Ana – Pusemos p’ra cima!
>
> Prof. – Ah!
>
> Ana – Mas para vermos se os números davam, fomos pondo em cima.

Desta forma as alunas explicam como construíram o triângulo e ainda dizem porque é que foi possível. Neste exemplo parece que as alunas se limitam a verificar apenas geometricamente a sua resposta.

A Filipa e a Sandra, seguem o procedimento dos colegas, começando por unir os segmentos menores ao maior e de seguida fazendo com que os extremos dos segmentos menores também coincidam – assim fica construido o triângulo. A sua conclusão foi:


Porque tem as medidas certas
para construir o triângulo.

Na entrevista as alunas explicam pouco acerca do seu raciocínio, dizendo apenas: “Atão stôra, pusemos os três juntos e aquilo dava certo…”. Nesta situação este par não evidência ter recorrido ao raciocínio algébrico. Como conseguiram construir um triângulo rapidamente, não sentiram necessidade de alongar a sua justificação, referindo apenas que com segmentos com estes comprimentos, tal era possível, pois as medidas eram, segundo as alunas, 'certas'.

Nesta situação os alunos chegaram de forma rápida e fácil à resposta e à sua justificação. Como já tinham resolvido a primeira situação, verificou-se uma tendência para colocar o segmento de maior comprimento na horizontal, juntar a cada extremo deste segmento, os segmentos de comprimento menor, e tentar unir estes últimos. Desta forma constroem com alguma rapidez um triângulo, o que os leva a escrever a resposta sem explorar ou explicar de outra forma o seu raciocínio. Ao nível das entrevistas nota-se, mais uma vez, a falta de rigor na linguagem. Por exemplo, os alunos referem-se aos extremos dos segmentos como 'pontas' ou referem-se a cada segmento apenas referindo o seu comprimento: "peguei no 4 e meti em cima do 5…". Talvez este abuso de linguagem se deva à justificação algébrica das suas conclusões.

Na terceira situação, os alunos têm na imagem:

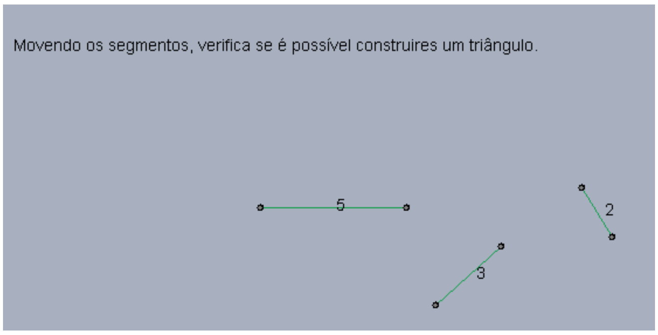


Figura 19 – Desigualdade triangular: situação 3

O Renato e o José começam esta tarefa, com a mesma atitude das anteriores e tentam unir os três segmentos.

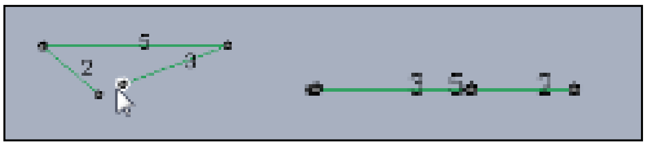
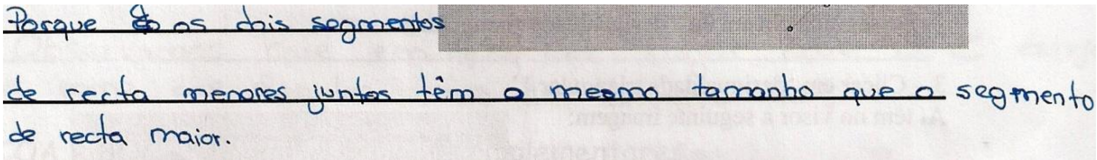


Figura 20 – Construção de um triângulo pelo Par 1: situação 3

Como não conseguem unir os segmentos menores, unem os segmentos de comprimentos 2 e 3 num só, e sobrepõem ao segmento de comprimento 5 – figura 20. Concluem a tarefa e dizem ser possivel construir um triângulo, no entanto, justificam a sua afirmação:


Porque os dois segmentos de recta menores juntos têm o mesmo tamanho que o segmento de recta maior.

Quando questionados acerca da conclusão que haviam redigido, dizem:

Prof. – Então e nesta situação: 5, 3, 2? Vocês disseram que sim…

Renato – Pois… mas isso tá mal!

Prof. – 'Tá mal' porquê?

Renato – Porque 3 mais 2 dá 5… e o 5 é esta recta [e apontam para o segmento maior]. Se fosse 5, 5, ficava tudo no mesmo sítio.

Prof. – Porque é que responderam sim? Conseguiram fazer como? Expliquem-me lá!

José – Sei lá! Andamos p'raí a mexer, fizemos várias tentativas e depois aquilo deu!

Prof. – Esticaram algum deles, foi? O programa permitiu que algum deles [segmentos] esticasse?

Renato – Não, aquilo é que não ficava bem coiso… [o aluno não consegue explicar que os extremos não ficam sobrepostos].

Prof. – Não sobrepuseram os extremos?

Renato – Pois, só se foi isso…

Nesta situação, se olharmos para a resposta, parece que os alunos consideraram ser possível a construção de um triângulo pelo facto de terem conseguido unir os segmentos. Por outro lado, o Renato diz que 'aquilo não ficava bem coiso', dando a entender que os segmentos não estavam exactamente sobrepostos, o que os teria induzido a esta resposta. Na situação de entrevista, os alunos dizem que afinal, nesta situação não era possível construir um triângulo, pois 'se fosse 5, 5, ficava tudo no mesmo sítio', ou seja, sendo o comprimento maior 5 e a soma dos menores também 5, teria sido natural que os segmentos tivessem ficado sobrepostos. Mais uma vez o, Renato que refere-se a um segmento de recta chamando-lhe recta.

A Ana e a Carla nesta situação repetem o procedimento inicial das outras tarefas e unem os segmentos menores aos extremos do segmento maior. A dada altura, um dos segmentos ficou com um comprimento diferente do inicial. O segmento de comprimento 2, passou a 1,49 pois as alunas moveram de uma forma em que tal foi possível. Quando se aperceberam, fecharam a aplicação e abriram de novo para que pudessem ter os comprimentos iniciais. As alunas tentam unir os extremos menores, mas terminam com a figura 21:

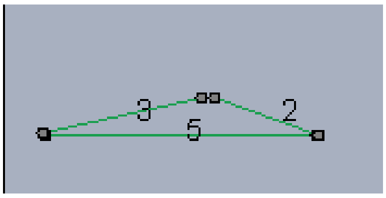
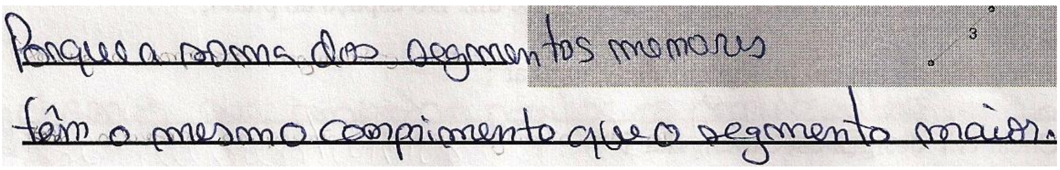


Figura 21 – Construção de um triângulo pelo Par 2: situação 3

Nesta situação as alunas colocam a cruz na opção *Sim*, mas justificam como tendo escolhido o *Não.* Questionadas sobre esse facto as alunas esclarecem que houve um engano e que deveriam ter escolhido a opção *Não*. A sua resposta foi:



Perguntamos como fizeram:

> Ana – Então, stôra, aqui também fizemos a mesma coisa, logo não dava p'ra subir, logo não podia ser.
>
> Carla – Primeiro metemos o 3 em cima do 5, e o 2 a mesma coisa, ficava igual, é como se a gente tivéssemos somado… ou seja, a Ana tentou subir aquilo e não dava…

As alunas revelam dificuldade em explicar o raciocínio. Pelo facto da resposta ter sido Sim e pela resposta que as alunas escrevem no guião, parece que, pelo facto de terem conseguido que os extremos dos segmentos se tocassem, tinham construído um triângulo. No entanto, na entrevista, as alunas dizem não ser possível a construção do triângulo e justificam com base na álgebra: 'como se a gente tivéssemos somado'. Verificou-se que, talvez por terem realizado outra situação e terem conseguido generalizar – como se verá adiante – de uma forma correcta a relação entre o comprimento dos lados de um triângulo, as alunas se tenham posteriormente apercebido do engano na resposta dada.

A Filipa e a Sandra repetem o procedimento dos colegas unindo os segmentos como mostra a figura 22.

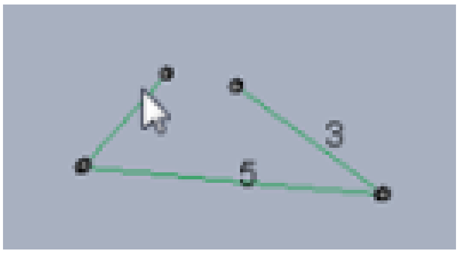


Figura 22 – Construção de um triângulo pelo Par 3: situação 3

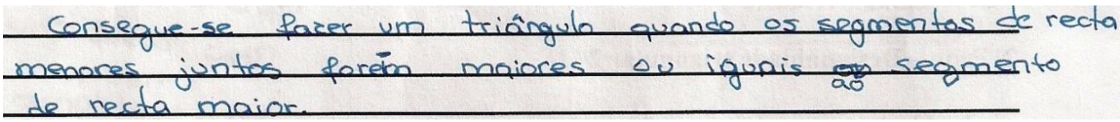
Concluem a tarefa passando de imediato à resposta. Dizem não ser possível construir o triângulo, e escrevem no guião: “Porque a soma 3 + 2 dá o resultado 5 e 5 com 5 não dá para fazer o triângulo”.

Perguntou-se como haviam chegado a essa conclusão mas as alunas não conseguiram dar uma justificação plausível. As alunas conseguem fazer a verificação algébrica mas não tentam testar geometricamente.

Mais uma vez estas alunas revelam dificuldade em explicar oralmente os seus procedimentos e o seu raciocínio, no entanto as suas conclusões são correctas.

Na última tarefa do guião, pedia-se que os alunos escrevessem uma conjectura, acerca das situações em que é possível construir um triângulo.

O par 1, José e Renato, escrevem:


Consegue-se fazer um triângulo quando os segmentos de recta menores juntos forem maiores ou iguais ao segmento de recta maior.

Estes alunos justificaram da mesma forma que já haviam feito para a explicação das situações anteriores, recorrendo uma vez mais à álgebra para a sua conclusão.

A Ana e a Carla escrevem na resposta:

sempre que a soma dos segmentos menores seja superior ao segmento maior é possível construir um triângulo Caso contrario não é possível.

Quando lhes perguntamos como chegaram a esta conclusão, a Ana diz:

Ana – Tinhamos de somar!

Prof. – Quais segmentos?

Ana – Os lados menores!

Prof. – Sim...

Ana – E se o resultado obtido fosse superior ao lado maior, podíamos construir um triângulo; se fosse igual ou menor, era impossível realizar um triângulo!

Prof. – Porque é que era impossível?

Ana – Porque não dava p'ra construir! Não dá stôra! Porque a stôra tem aqui o 6…

Carla – O 6 é maior que a soma 1+1 que dá 2, e não dava p'ra construir um triângulo e a recta do 6 é grande, e o 1 é só um pedaço, então nunca conseguíamos fazer um triângulo.

Prof. – Então para ser possível, construir um triângulo…

Ana – É: dois lados inferiores, a soma de dois lados inferiores, tem de ser superior ao lado maior!

Ambas as alunas que compõem este par conseguem perceber em que situações é possível construir um triângulo, das três apresentadas e escrevem na sua conclusão a desigualdade apenas para a soma dos dois comprimentos menores em relação ao comprimento do maior lado.

Quanto às alunas Filipa e Sandra, respondem: "Dois lados têm que ser maiores que um e a soma desses lados tem de ser superior a um só lado"

Em entrevista, questionamos estas alunas e pedimos para explicar os seus raciocínios:

Prof. - Em que situação será possível desenhar um triângulo? E porquê? Porque dizem isso? O que é que estes exemplos vos permitem concluir?

(…silêncio…)

Filipa – Porque é que no 3 não dá?

Prof. – Em que casos é possível e em que casos não é?

Se dizem: 6,2,3 não é, o 5,4,3 é e o 5,3,2 não é… em que casos é?

De uma forma geral? Se eu vos der 3 comprimentos quaisquer, como me sabem dizer se é possível construir um triângulo? Se vos der 10 cm, 10 cm, 10 cm, é?

Filipa – É!

Prof. – Porquê? Se der 10, 10, 11?

Filipa – Não dá.

Prof. – Não dá porquê?

Filipa – A soma de 10 + 10 tem de ser maior que 11…

Prof. – Não é? 10+10 não é maior que 11?

Filipa – Não dá!

Prof. – Quero que me expliquem em que casos ‘dá’… Não percebo a vossa resposta…

[…]

Filipa – Os 2 têm de ser…

Prof. – Mas quais dois? Quaisquer?

Filipa – Dois números quaisquer.

Prof. – Eu escolho dois segmentos quaisquer?

Filipa – Dois lados quaisquer. Quando somamos esses 2, esses 2 têm de ser maiores que o outro…

Curiosamente estas alunas sentem necessidade de verificar a desigualdade para cada par de segmentos e é o único par que o faz. Do desempenho destas alunas nestas tarefas, nomeadamente na situação 3 em que passam de imediato à resposta, parece que não sentem muita necessidade de explorar a verificação geométrica das suas conclusões. Mais uma vez na entrevista, o raciocínio algébrico levou-as a referir a desigualdade em relação ao comprimento de quaisquer dois lados em relação ao comprimento do terceiro.

O primeiro par, como se verificou na entrevista, não sobrepôs correctamente os extremos dos segmentos. Tal fez com que lhes parecesse possível a construção de um triângulo com os segmentos de comprimento 2, 3 e 5. No entanto, como depois estas situações foram discutidas na aula, assim como os procedimentos em termos das *applets*, eles perceberam que os extremos tinham de ser exactamente sobrepostos, e na entrevista, tiveram a preocupação de rectificar o erro. No entanto, a sua conjectura encontra-se de acordo com a experiência deles.

O segundo par escreve uma conjectura correcta após a realização das três aplicações da tarefa. De facto, basta verificar que os dois segmentos menores são maiores que o de maior comprimento para concluir a possibilidade de construção de um triângulo.

O terceiro par escreve uma conjectura correcta, mas sente a necessidade de verificar a desigualdade para todos os pares de segmentos em relação ao terceiro e não apenas para os dois menores.

Nesta tarefa o desempenho dos três pares é muito bom, os alunos conseguem perceber, apenas através da manipulação das *applets*, em que situações é possível construir um triângulo. No decorrer das entrevistas e nalgumas respostas dadas, conseguimos perceber que os alunos conseguem fazer a ponte entre a construção geométrica e o pensamento algébrico, sendo este último onde assenta a maior parte das suas justificações. No final todos os pares escrevem de forma válida a Desigualdade Triangular, embora apenas o Par 3 tenha escrito a desigualdade de forma generalizada para quaisquer dois lados em relação ao terceiro. Neste conteúdo, a exploração destas aplicações acompanhadas pelo guião, parece ter levado os alunos a perceber em que situações é possível a construção de um triângulo dados três comprimentos quaisquer. A Desigualdade Triangular era um conteúdo nunca antes abordado nas aulas, e pelas suas respostas quer no guião quer nas entrevistas, os alunos deram a entender que a aprendizagem do conteúdo teria sido conseguida.

4.4 Tarefa 3 – *Ângulos e triângulos*

A terceira tarefa é constituída por seis exemplos sobre ângulos e triângulos para os alunos explorarem. Mais uma vez houve necessidade de guiar o trabalho dos alunos apontando o que poderia ser feito em cada um deles.

Numa primeira parte pede-se apenas aos alunos para rever a classificação de triângulos, quanto aos lados – anexo 3. De seguida aparecem, relacionadas com o primeiro e segundo exemplos, duas frases para completar. Todos completaram a primeira frase sem hesitar, e de uma forma correcta, pois já tinha sido demonstrado em aula no primeiro período, que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º. A frase era: A ______ da amplitude dos ângulos ___________ de um triângulo é ______.

A segunda refere-se à relação entre as amplitudes de um ângulo externo e os dois internos não adjacentes.

Com os exemplos 3 a 5 - ver anexo 3 - procurou-se conduzir os alunos a uma conclusão que estabelecesse a relação entre os lados e os ângulos de um triângulo equilátero, isósceles e escaleno. Essa relação era pedida no exemplo 6, onde aparecem diversos triângulos na mesma opção. Como nos exemplos apareciam ao mesmo tempo os eixos de simetria, foi pedido aos alunos que tentassem encontrar os eixos de simetria que era possível desenhar em cada triângulo.

Para não tornar o guião muito pesado, e tendo em conta o elevado número de exemplos, nesta tarefa não foram colocadas as figuras. No entanto, estas estavam disponíveis no computador que os alunos usavam para resolver as tarefas.

No **exemplo 3**, para o triângulo equilátero, pedia-se:

Movam os pontos a vermelho e respondam:

Qual a relação entre os ângulos internos de um triângulo equilátero?

A figura que aparece neste exemplo é a seguinte:

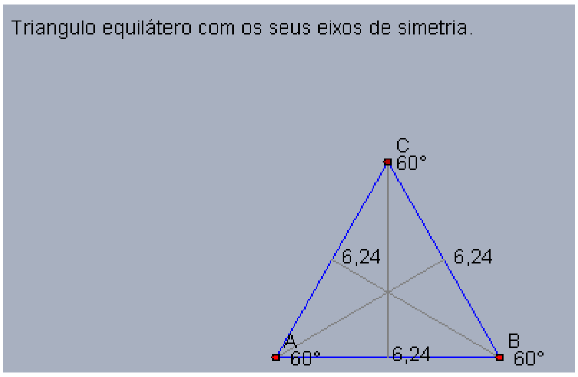


Figura 23 – Triângulo Equilátero na *applet*

O José e o Renato, respondem:

Num triângulo equilátero os ângulos são todos iguais

E entre os lados? Também têm os lados iguais.

Quando lhes é pedido para explicarem a resposta que deram, os alunos explicitam os procedimentos que usaram:

Renato – Fizemos muito pequenino…
José – Depois fizemos muito grande…
Prof. – Então digam-me lá, como concluíram?
José – Sei lá! Andamos a fazer várias tentativas…

Os alunos facilmente verificam que este triângulo tem os ângulos e os lados iguais, mas exploram bastante a figura, movendo os três vértices, de modo a construírem triângulos com diversos comprimentos de lados e rodando o triângulo em torno de cada um dos seus vértices procurando várias ‘posições’.

A Ana e a Carla escrevem na sua resposta:

Os ângulos são sempre iguais uns aos outros e a sua amplitude não muda.
E entre os lados? Também são sempre iguais mas o seu comprimento altera.

Quando questionadas sobre a resposta dada, as alunas concluíram:

> Carla – Stôra, mexemos neste aqui [e aponta para o triângulo da figura], e são sempre iguais.
>
> Prof. – Fizeram vários exemplos?
>
> Carla – Fizemos várias vezes e independentemente da posição, ou da forma, se tiver grande ou pequeno, os ângulos ficam sempre iguais e os lados também.

Estas alunas verificam a relação que escreveram recorrendo à manipulação da figura inicial ora aumentando ora diminuindo o comprimento dos lados, ora rodando a figura em torno dos seus vértices. Concluem com facilidade que se os lados são iguais, os ângulos também são iguais.

O grupo da Filipa e da Sandra, escreve:

Que os ângulos são todos iguais.
E entre os lados? Tem os lados todos iguais.

Perguntou-se depois como chegaram a essa conclusão:

> Sandra – Nós mexemos os ângulos e ficava sempre todos iguais…
>
> Prof. – Independentemente da posição ou havia posições em que tal não acontecia?
>
> Filipa – Quando mexes A, B, C os lados ficaram todos iguais, ficavam sempre iguais…

As alunas conseguem perceber após moverem os vértices do triângulo, tal como os colegas haviam feito, alterando por diversas vezes o comprimento dos lados do triângulo inicial, que por mais que movessem os vértices, os lados eram iguais e os ângulos também.

No exemplo 4 a questão do guião era:

Depois de **moverem os vértices** a vermelho, respondam:
Qual a relação entre os lados e os ângulos de um triângulo isósceles?

A figura que os alunos observam neste exemplo é a seguinte:

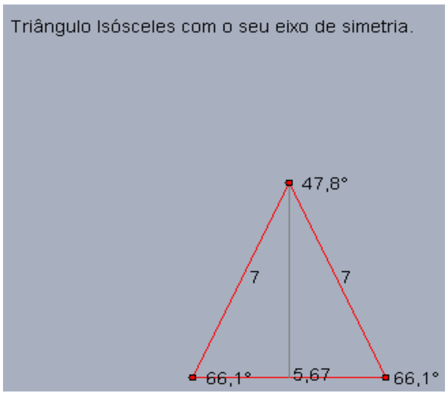


Figura 24 – Triângulo Isósceles na *applet*

Os alunos José e Renato, concluíram que:

Os lados e os ângulos de um triângulo isósceles, só dois é que são iguais.

Questionados sobre como haviam chegado a esta conclusão, o José diz:

José – Então, nós também alargamos e …. E reparava-se que dois ângulos e dois lados 'tavam' sempre iguais; o outro 'tava' sempre diferente.

O José consegue perceber, apenas por observação da situação que está a ser explorada, que se dois lados são iguais e um diferente, então também dois ângulos são iguais e um diferente.

As alunas do Par 2, a Ana e a Carla escrevem no seu guião:

Dois dos ângulos, e lados são iguais e o terceiro não.

Quando se pretende saber como concluíram a relação para o triângulo isósceles a Ana responde:

Ana – Há um que altera, os outros não.

Prof. – Tens sempre dois ângulos iguais?

Ana – Estes dois… [A Ana aponta para os lados iguais do triângulo na figura].

[…]

Carla – Tem dois ângulos iguais e dois lados iguais, mas um lado e um ângulo não…

As alunas deste par movem os vértices do triângulo da figura várias vezes, e vão observando nos vários triângulos que vão obtendo, que se o triângulo tiver dois lados iguais e um diferente, então também dois ângulos são iguais e um diferente.

O Par 3 escreve no guião:

Tem dois ângulos iguais e dois lados iguais.

Questionadas sobre a razão desta conclusão, a Sandra diz:

Sandra – É a mesma coisa. Quando nós mexemos sempre os dois, eles ficavam com dois lados sempre com o mesmo valor.

As alunas deste par procedem da mesma forma que os colegas movendo os vértices do triângulo inicial e por observação das figuras que vão obtendo, conseguem perceber que dois lados têm o mesmo comprimento e dois ângulos têm a mesma amplitude, não se referem ao terceiro ângulo, nem ao terceiro lado.

O exemplo 5 deste guião é em relação ao triângulo escaleno. Os alunos têm de completar uma frase, após moverem os vértices de três triângulos escalenos:

"Os lados de um triângulo escaleno são ___________________ e os ângulos _____________."

Vejamos como o José e o Renato completam a frase:

Os lados de um triângulo escaleno são todos diferentes e os ângulos também são todos diferentes.

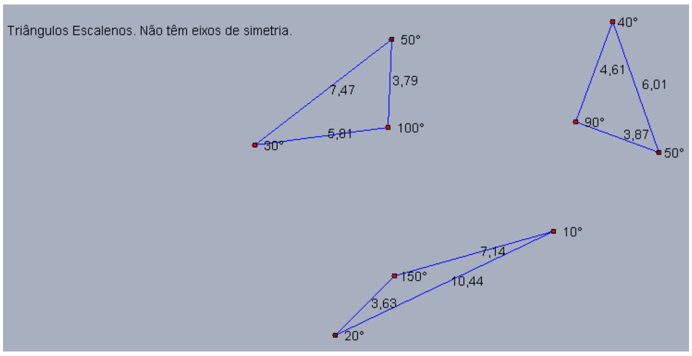


Figura 25 – Triângulos Escalenos na *applet*

Neste caso, os alunos têm três triângulos diferentes – fig. 25 - estando em todos assinalados os comprimentos dos lados e as amplitudes dos ângulos.

Questionados sobre a forma como chegaram a esta conclusão, o José argumenta:

José – Então… mexemos…

Prof. – Mexeram só num exemplo ou em todos?

José, Renato – Não!

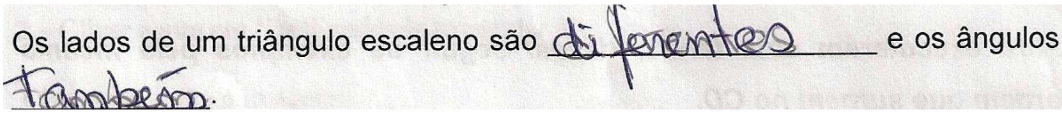
José – Em todos! E depois reparávamos que os lados 'tavam' sempre diferentes e que ângulos também.

Prof. – Para todos?

José – Sim, p'ra todos.

Este par sente necessidade de manipular todos os triângulos e mais que uma vez cada um, antes de escrever a sua conclusão. Conseguem chegar ao facto de, se num triângulo os lados tiverem comprimentos diferentes, então os seus ângulos também têm diferentes amplitudes.

A Ana e a Carla completam a frase de uma forma mais simples:


Os lados de um triângulo escaleno são diferentes e os ângulos também.

Perguntamos como chegaram a esta conclusão e a Ana, responde:

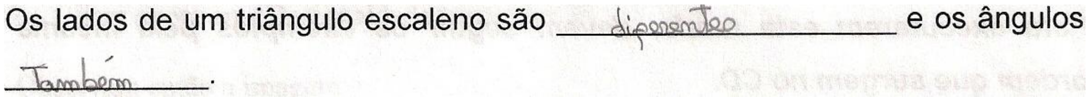
Ana – Nós pegámos em todos os pontos, de todos os triângulos, os vértices todos, a ver se não havia nenhum que fosse igual, não dava… nem que fosse um milésimo…

Prof. – O que podes concluir aqui? Que os lados são todos diferentes…

Ana – E os ângulos também são diferentes.

As alunas deste par movem, de facto, todos os vértices de todos os triângulos e por diversas vezes. Umas vezes alterando os comprimentos dos lados, outras rodando os triângulos em torno dos seus vértices e conseguem perceber que se os lados dos triângulos têm comprimentos diferentes, então os ângulos têm amplitudes diferentes.

A Filipa e a Sandra completam a frase da mesma forma que o par anterior:


Os lados de um triângulo escaleno são diferentes e os ângulos Também.

Nesta entrevista, foi-lhes perguntado porque haviam escrito esta conclusão:

> Prof. – E o triângulo escaleno? Como é que concluíram? Mexeram nos triângulos todos ou não? [As alunas acenam afirmativamente com a cabeça]
>
> Prof. - E que verificavam?
>
> Sandra – Que os lados ficavam sempre todos diferentes.

O Par 3 refere-se apenas ao comprimento dos lados, e não refere as amplitudes dos ângulos, no entanto, completa correctamente a frase do guião. Do seu desempenho na exploração desta aplicação, este par manipula as três figuras, embora de uma forma menos exaustiva que outros pares.

Como se pode verificar, esta tarefa era um pouco diferente das outras e os alunos também a consideraram mais simples. Nestes exemplos, os alunos praticamente não solicitaram as professoras, não apresentando dúvidas sobre o que o guião lhes pedia. Pareciam mais autónomos no que dizia respeito quer à manipulação das aplicações informáticas quer à forma como escreviam as suas respostas. Também em relação às conclusões não apresentavam dúvidas, dando a entender que resolviam os exemplos com relativa facilidade.

O último exemplo desta tarefa era o exemplo 6. Neste exemplo pedia-se que os alunos escrevessem a relação existente entre os comprimentos dos lados de um triângulo e as amplitudes dos seus ângulos, mas desta vez de uma forma generalizada. A tarefa era apresentada da seguinte forma:

6. Finalmente o exemplo seis: **Lado ângulo oposto**.

Movam os vértices dos triângulos ali desenhados e observem as amplitudes dos ângulos internos e os comprimentos dos lados.
Conseguem escrever a relação entre os lados e os ângulos internos opostos num triângulo?

Nesta opção, os alunos deparam-se com a seguinte figura no ecrã do seu computador:

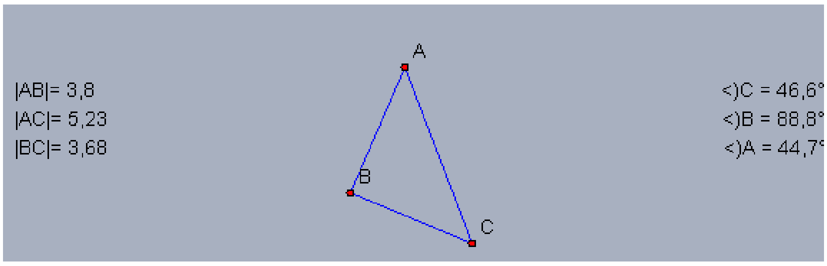


Figura 26 – Triângulo com indicação de comprimentos e amplitudes na *applet*

Nesta figura os alunos têm do lado esquerdo os comprimentos dos lados e do lado direito as amplitudes dos ângulos.

Os alunos José e Renato após moverem os vértices do triângulo da figura 26, obtêm uma outra figura, em que o lado maior é o lado [BC] e escrevem:

A relaçaõ é que o lado maior do triângulo e o oposto saõ sempre maiores que os outros, isso também acontece com os lado mais pequeno e o seu oposto e com o médio e o seu oposto.

Com o objectivo de esclarecer a resposta dada, os alunos foram questionados de forma a explicitarem o seu raciocínio:

José – O [BC] é o maior, é o lado maior e o seu oposto é o A …

Renato – Que é o maior.

Prof. – Ah, sim!

José – Que também é o maior destes três. Depois, o [AB] é o lado menor e o seu oposto é o …. Que também é o menor e é o seu oposto. E o médio acontece a mesma coisa.

Prof. – Então se eu vos pedisse para generalizarem isso, de uma forma mais clara, para finalizar…

Renato – O [BC]…

Prof. – Sem ser com letras…

Renato – Ah!

Prof. – A relação entre os lados e os ângulos de um triângulo, como é que é?

José – O oposto do lado maior é o ângulo maior.

Prof. – Só acontece para o maior?

José, Renato – Não!

José – Acontece com todos!

Prof. – Continuem o raciocínio…

José – O oposto do menor lado, é o menor ângulo.

Prof. – Sim. Então isso só acontece com o maior e o menor lados?

José, Renato – Não! Com o médio!

Renato - O médio do oposto é o médio dos ângulos…

Os alunos, após moverem os vértices dos triângulos, obtêm um triângulo em que o lado maior é o lado [BC]. As conclusões a que chegam são correctas e conseguem explicar o que observaram durante a exploração da *applet*. Mais uma vez os alunos referem-se aos ângulos indicando apenas o ponto que assinala o seu vértice. Referem-se aos ângulos opostos como 'oposto' em vez de ângulo oposto, e por vezes a construção das frases parece um pouco confusa.

As alunas Ana e Carla, escrevem na sua conclusão que:

Se aumentarmos dois dos lados os ângulos opostos aumentam.

A professora pede que lhe expliquem o que escreveram:

Ana – Ou seja, que, se a stôra mover o ângulo maior, o lado oposto, que é o maior, também… como é que eu me explico? O maior tá de frente para o maior…

Prof. – O maior quê?

Ana – O maior ângulo tá de frente para o maior lado; o menor ângulo tá de frente para o menor lado, é sempre assim…

Prof. – Verificaram em todos ou só em alguns?

Carla – Em todos, stôra, e depois voltamos ao escaleno, ao isósceles, …

Prof. – Quando dois ângulos eram iguais, os lados?

Ana – Também eram iguais.

Estas alunas referem-se à relação de oposição como: 'tá de frente' para explicarem o raciocínio. Este par sente necessidade de voltar aos exemplos anteriores e verificar a relação encontrada para os triângulos desses exemplos: equilátero, isósceles, escaleno. Após esta exploração da aplicação, as alunas concluem correctamente que ao maior lado de um triângulo se opõe o maior ângulo, que ao menor lado se opõe o menor ângulo, e dão a entender que para o terceiro lado também esta relação se verifica, ao dizerem que 'é sempre assim'.

A Filipa e a Sandra escrevem: "Maior lado opõem-se ao menor ângulo e o menor lado opõem-se ao menor ângulo."

Pede-se às alunas que expliquem a resposta que escreveram no guião, e a Sandra toma a palavra:

> Sandra – Neste caso, o maior lado é este [aponta para o lado [AC]], opõe-se sempre ao maior ângulo.
>
> Prof. – É só neste triângulo ou verificaste isso em todos os exemplos que mexeste?
>
> Sandra - Em todos.
>
> Prof. – E isso só acontece com o maior ângulo?
>
> Sandra – Ah…
>
> Prof. – Tu disseste que ao maior lado se opõe o maior ângulo, e isso só se passa com o maior lado, maior ângulo?
>
> Filipa – Não…
>
> Prof. - A Filipa diz que não porquê?
>
> Filipa – Porque ao menor lado também se opõe o menor ângulo.
>
> Prof. – E só acontece para o maior e o menor ou também para o terceiro?
>
> Filipa – P'ra todos…

As alunas Filipa e Sandra referem-se na sua resposta apenas ao menor e ao maior lado. É na entrevista que, após questionadas, alargam esta relação aos três lados do triângulo. Parece, no entanto, que as alunas conseguem perceber a relação entre os lados e os ângulos de um triângulo qualquer, apenas movendo as figuras da aplicação.

Esta tarefa mostra, mais uma vez, que os alunos conseguem visualizar as relações entre os elementos e tirar as suas conclusões. Conseguem ainda, apenas com o recurso às aplicações que exploram no computador, escrever as relações entre lados e ângulos num triângulo, com as quais não tinham tido contacto em anos anteriores. É, no entanto, evidente, que as dificuldades residem ao nível da comunicação matemática, na falta de rigor de linguagem, quer oral quer escrita. Nas aulas que se seguiram a estas em que os alunos realizaram as tarefas, foi necessário clarificar questões de linguagem e de escrita simbólica e formalizar conclusões e definições para toda a turma, tendo em conta que, após a leitura e correcção dos guiões se verificou que estas incorrecções eram comuns a quase toda a turma. De notar que para estes alunos, foi nestas aulas que houve o primeiro contacto com conteúdos de geometria, no presente ano lectivo. Os conhecimentos que poderiam ter eram ao nível do segundo ciclo e referiam-se à noção de ângulo e à classificação de triângulos quanto aos lados. As noções de ângulos de lados paralelos, ângulos verticalmente opostos, ângulos complementares, a

Desigualdade Triangular ou a relação lado – ângulo oposto, eram desconhecidas para eles.

4.5 Avaliação das Aprendizagens

Os alunos realizaram, após as aulas de investigação, uma ficha de avaliação que continha questões relacionados com conteúdos leccionados nestas aulas e uma questão de aula sobre desigualdade triangular.

Analisando a pontuação das respostas da ficha de avaliação, pode verificar-se que apenas duas questões foram respondidas por todos os alunos, sendo uma delas, a questão referente à ***Desigualdade Triangular***. Nesta questão pedia-se aos alunos que indicassem em que situações de entre as três alíneas, seria possível construir um triângulo e pedia-se ainda para justificar. As opções eram: (a) 6 cm, 6 cm, 6 cm; (b) 6 cm, 6 cm, 14 cm; (c) 6 cm, 8 cm 2 cm.

Apenas um aluno não conseguiu dar uma resposta satisfatória a esta questão. Treze alunos respondem correctamente às três alíneas, embora apenas sete justifiquem as suas respostas total ou parcialmente. No global, vinte cinco dos vinte seis alunos da turma respondem correctamente a pelo menos uma das questões.

Outra questão nesta avaliação referia-se aos ângulos verticalmente opostos. Pedia-se para determinar a amplitude dos ângulos x, y e z em cada uma das figuras:

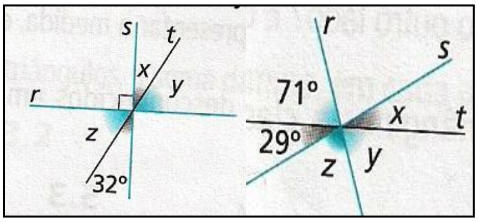


Figura 27 – Exercício da Ficha de Avaliação: Ângulos verticalmente opostos

Cinco alunos não respondem a esta questão. Quinze alunos indicam correctamente pelo menos três ângulos mas apenas nove se referem ao facto de os ângulos serem verticalmente opostos, ou qualquer outra justificação. Os alunos da turma conseguem perceber, na sua maioria, tal como durante a realização das tarefas, que os ângulos verticalmente opostos têm a mesma amplitude e indicam essa amplitude correctamente. Tal como se havia percebido nas aulas com o computador, a definição não ficou bem consolidada e os alunos não conseguem redigir uma justificação, mesmo depois de terem resolvido outros exercícios nas aulas.

Uma outra pergunta do teste referia-se a ângulos de lados paralelos. Pedia-se para determinar a amplitude dos ângulos a e b em cada figura:

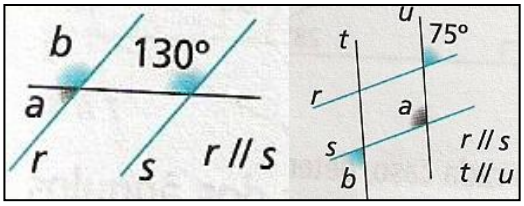


Figura 28 – Exercício da Ficha de Avaliação: Ângulos de lados paralelos

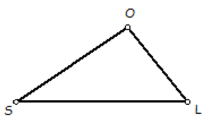
A esta questão há cinco alunos que não respondem. Cerca de 50% dos alunos determinam correctamente a amplitude de todos os ângulos, mas apenas um aluno justifica a sua resposta, referindo que os pares de ângulos são de lados paralelos e como tal têm a mesma amplitude. À semelhança das aulas com as aplicações informáticas, os alunos conseguem facilmente identificar os ângulos de lados paralelos e na ficha de avaliação dezoito alunos indicam correctamente a sua amplitude; a dificuldade surge na justificação, pois os alunos não conseguem sequer dizer que os ângulos são de lados paralelos.

Durante o ano lectivo, os alunos estão habituados a que, no final de cada unidade, seja colocada uma ‘Questão de aula’ com a duração aproximadamente de quinze minutos. Após a conclusão do capítulo da geometria, cerca de três semanas após as aulas de exploração das *applets*, foi colocada a seguinte questão:

QUESTÃO DE AULA – Nº 5 7º ANO

DESIGUALDADE TRIANGULAR

Num triângulo $\triangle$**[SOL]** tem-se $\overline{SL} = 6$ cm e $\overline{LO} = 4$ cm .



a) Qual é o maior número inteiro que pode representar a medida do lado [SO], em *cm*?

b) E o menor?

A prestação dos alunos da turma nesta questão de aula foi muito díspar. Vejamos: mais alunos conseguem responder correctamente e justificam total ou parcialmente as suas respostas. Com percentagens entre 90% e 100% respondem onze alunos. Porém, dez alunos têm 0%, porque não respondem ou respondem de forma errada.

Vejamos agora o que se passou com a prestação dos alunos seleccionados nesta investigação.

No Par 1, o José responde à a) escrevendo: "9 para que a soma dos lados mais pequenos somados sejam superiores que o lado maior". Na alínea b) o José responde: "3 para a soma dos lados mais pequenos somados sejam superiores ao lado maior".

E responde o Renato:

a) Qual é o maior número inteiro que pode representar a medida do lado [SO], em cm? 5 cm porque $\overline{SL}$ tem 6cm se nós formos metendo o $\overline{SO}$ junto ao $\overline{SL}$ vai dar 5cm. Penso eu.

b) E o menor? Não pode ter outro valor inteiro pq se o $\overline{LO}$ tem 4 cm e o $\overline{SO}$ é maior.

Como se pode verificar, o José responde de acordo com as conclusões apresentadas pelo par na resolução das tarefas, e de uma forma correcta, apresentando uma justificação algébrica para a sua resposta. Já o Renato não consegue responder de forma correcta e parece ter-se baseado na representação gráfica da figura da questão, onde [SL] é de facto, o maior dos lados, não conseguindo abstrair-se do desenho.

Quanto às alunas do Par 2, a Ana responde na alínea a): "O maior número possível é 9 cm pois a soma de 6 *cm* e 4 *cm* é 10 *cm*". Na alínea b) escreve: " O menor número possível é 3 *cm* pois 3 *cm* mais 4 dá um valor maior que 6".

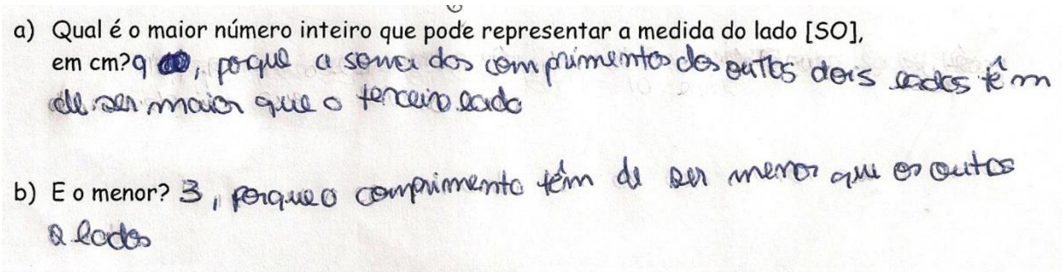
Por sua vez, a Carla responde desta forma:

a) Qual é o maior número inteiro que pode representar a medida do lado [SO], em cm? Se somar-mos o $\overline{SL}$=6cm + $\overline{LO}$=4cm = 10cm e se somar-mos o $\overline{LO}$ = 4cm + $\overline{SO}$ = 5cm = 9cm o maior nº inteiro é o 9.

b) E o menor? Se subtrair-mos o $\overline{SL}$ = 6cm - $\overline{LO}$ = 4cm = 2cm mas se somar-mos o 4+3=7 e o sete é maior que o seis e assim já dá para ser o menor número inteiro. o inteiro é o 3.

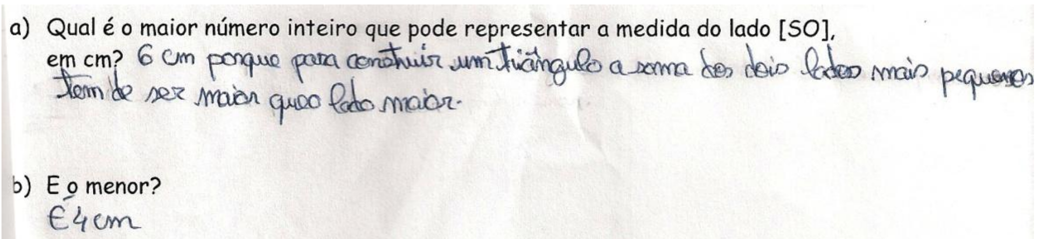
Neste par, ambas as alunas respondem certo e de acordo com o que tinham escrito no guião desta tarefa, e ambas estruturam o seu raciocínio com base no pensamento algébrico. A Carla é uma aluna muito empenhada e a Ana, embora tome muitas vezes as ‘rédeas’ na resolução das tarefas, tem o cuidado de perguntar à Carla se ela está a perceber. Também nas aulas de Estudo Acompanhado, esta atitude foi muito comum entre as duas alunas. Desta forma, a Carla por vezes aprende com base na forma de raciocinar da colega, o que se nota nas suas respostas.

Vamos ver agora as respostas do Par 3, constituído pelas alunas Filipa e Sandra. A Filipa responde:


a) Qual é o maior número inteiro que pode representar a medida do lado [SO], em cm? 9, porque a soma dos comprimentos dos outros dois lados têm de ser maior que o terceiro lado

b) E o menor? 3, porque o comprimento têm de ser menor que os outros 2 lados

A Sandra, escreve na sua folha de respostas:


a) Qual é o maior número inteiro que pode representar a medida do lado [SO], em cm? 6 cm porque para construir um triângulo a soma dos dois lados mais pequenos tem de ser maior que o lado maior.

b) E o menor?
É 4 cm

Neste par, a Filipa responde correctamente a ambas as alíneas e justifica as suas respostas algebricamente e de acordo com o seu desempenho aquando da realização das tarefas sobre este conteúdo. A Sandra escreve correctamente a relação que tem de existir entre os comprimentos de três segmentos para que seja possível a construção de um triângulo, dando a entender que consegue apreender a desigualdade triangular, o que leva a querer que se teria enganado ao responder 6 *cm* em vez de responder 9 *cm*. Em relação à segunda alínea, a aluna escreve apenas o número quatro, sem qualquer justificação, não sendo possível perceber qual o seu raciocínio ou se coloca esse número apenas por estar no enunciado da questão.

Como balanço, verifica-se que dos seis alunos entrevistados, o trabalho de pares é respondido de uma forma correcta por todos. Em termos de aplicação dos conhecimentos, (de uma forma individual), que se pretendia que adquirissem, e no que respeita apenas à tarefa 2, (*Desigualdade Triangular),* dos seis alunos, cinco respondem correctamente e justificam a sua resposta na alínea a). Em relação à alínea b) quatro respondem de forma acertada, justificando. Estes alunos não tinham tido contacto prévio com a Desigualdade Triangular. As conclusões que escreveram nos seus guiões resultaram apenas da exploração das aplicações no computador. Neste conteúdo, os alunos conseguem apreender, na sua maioria, a relação que tem de existir entre o comprimento de três segmentos quaisquer, para que possam ser os comprimentos dos lados de um triângulo. Outra questão relevante é o facto de os alunos não se limitarem a uma exploração geométrica para justificar a possibilidade de construção de um triângulo, conseguindo apresentar justificações baseadas num raciocínio algébrico. Este raciocínio está presente em todos os pares considerados neste estudo.

CAPÍTULO V

5 Conclusões

Neste capítulo, procura-se responder às questões do estudo inicialmente apresentadas, indicando as conclusões mais relevantes. No segundo ponto são focadas algumas limitações deste tipo de trabalho e por fim, apresentam-se o que podem ser sugestões para um trabalho mais longo e aprofundado em relação à utilização deste tipo de materiais em sala de aula.

5.1 Conclusões do estudo

O principal objectivo deste estudo consistia em compreender se a exploração de aplicações informáticas que integram os materiais escolares, contribui para a aprendizagem dos alunos. As questões colocadas inicialmente são as seguintes: (1) Perceber a forma como os alunos encaram estes instrumentos e qual o seu papel no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, (2) Caracterizar o ambiente de sala de aula gerado por aulas centradas neste tipo de ferramentas e (3) Caracterizar a aprendizagem dos alunos evidenciando os processos que estes desenvolvem quando envolvidos em tarefas que implicam a utilização de *software* de geometria dinâmica. Em relação à primeira questão, parece evidente que os alunos aderem muito bem a toda a dinâmica que envolve aulas centradas na utilização dos computadores. Para os alunos, além de uma aula diferente, têm a oportunidade de aprender explorando os conceitos matemáticos com uma ferramenta com a qual gostam de trabalhar. A apetência para situações de aprendizagem deste género, é positivamente influenciada pela forma como os alunos podem chegar às conclusões. Em termos de geometria dinâmica, este tipo de *software* ajudou a melhorar o empenho dos alunos e levou-os a compreender de forma diferente alguns conteúdos o que está de acordo com o trabalho de Pitta-Pantazi, (2009). Os alunos que foram objecto deste estudo, resolveram de forma muito empenhada as tarefas que lhes eram propostas. Tal facto foi também observado por Candeias (2005) no seu trabalho sobre aprendizagens em ambientes de geometria dinâmica.

A segunda questão de partida é procurar caracterizar o ambiente de sala de aula desenvolvido por aulas centradas neste tipo de ferramentas. Tal como é referido pelo NCTM (2008), os alunos aprendem explorando o mundo que os rodeia. Ora, este tipo de actividade, começa por cativar por ser atraente e melhorando o desempenho dos alunos melhoramos consequentemente a sua aprendizagem. Se o aluno é o agente da sua aprendizagem, se consegue tirar conclusões de uma forma mais autónoma (menos dependente do professor), a sua participação no trabalho da aula é positivamente influenciada. Outra questão que se coloca é o facto de nestas aulas a docente titular da turma ter o apoio de duas colegas, o que não é uma situação comum. De facto, embora houvesse assessorias em sala de aula na área curricular de Estudo Acompanhado, tal não se verificava nas aulas de Matemática. Estarem duas docentes a apoiar o trabalho dos alunos e ainda uma outra de TIC atenta às questões informáticas, é algo que não acontece no nosso dia-a-dia. Os alunos sentem-se seguros, não estranham e até gostam de ter mais que uma professora a quem recorrer.

Relativamente à terceira questão, os alunos são colocados nestas aulas, perante situações concretas e em relação às quais têm de tomar decisões. As aulas são centradas nos alunos que trabalham em díade e exploram situações matemáticas através de aplicações informáticas seguindo um guião. Os alunos aprendem através da manipulação das *applets* e da discussão com o colega. O ambiente de geometria dinâmica proporcionou aos alunos uma interacção entre a experimentação e a conjectura; entre o fazer no computador e a justificação no guião (conclusão à qual também chegou Laborde, 2002). O facto de os alunos terem sido levados a escrever as suas conclusões obrigou-os a reflectir sobre as tarefas e a discutir os resultados argumentando com os colegas.

De uma forma mais concreta, podemos analisar o trabalho dos pares mais directamente envolvidos no estudo. Em relação às tarefas que envolviam os ângulos verticalmente opostos, de lados paralelos e complementares, o recurso a estas ferramentas permitiu aos alunos a identificação deste tipo de ângulos em cada figura que manipulavam, bem como o facto de estes pares de ângulos terem a mesma amplitude. Quanto à definição deste tipo de ângulos, o software usado não parece ser uma ferramenta eficaz. Procurou-se que os alunos escrevessem uma conjectura sobre o que eram para eles, por exemplo, ângulos verticalmente opostos ao que os alunos apenas conseguem escrever 'são os que estão em frente'. Em relação aos ângulos de lados paralelos, verificamos que há desempenhos diversos; um par escreve: 'há uma semi-recta que atravessa duas paralelas' associando ao facto de na figura da sua *applet* e do seu guião, aparecerem dois segmentos de recta paralelos. Outro par diz na entrevista que têm uma recta 'comum' e os outros dois lados paralelos. O terceiro quando questionado sobre o porquê de se chamarem 'ângulos de lados paralelos', diz que 'os lados são paralelos'. Os alunos identificam estes ângulos como tendo a mesma amplitude e parece que se referem ao termo 'paralelo' apenas porque este aparece na própria definição. Para os ângulos complementares, os alunos escrevem exactamente o que aparece no seu manual, ou seja: dois ângulos são complementares pois a soma das suas amplitudes é 90º. O guião não pedia uma definição, o objectivo era que os alunos identificassem a relação entre as amplitudes dos ângulos em cada tarefa, apenas através da manipulação das figuras que aparecem no CD que estavam a explorar, o que eles conseguem identificar com facilidade.

Em relação à segunda tarefa, podemos dizer que o desempenho dos alunos foi muito bom. Estes alunos não conheciam a desigualdade triangular, e apenas através da manipulação das figuras, seguindo o guião, conseguem perceber em que situações é possível a construção de um triângulo. Quer através das respostas escritas nos guiões, quer através das entrevistas, os alunos mostram que verificam as suas conclusões por processos geométricos e algébricos, justificando com cálculos algumas das suas respostas, não se restringindo meramente à verificação geométrica que resulta da manipulação das figuras.

As dificuldades dos alunos residem na comunicação matemática. Os alunos têm dificuldade em escrever as ideias que querem apresentar, mas como se percebeu nas diversas entrevistas realizadas, existe além disso, dificuldade em explicar oralmente o que pretendem. Persiste a confusão entre rectas, segmentos de recta e semi-rectas, na forma como se devem referir a um ângulo (muitas vezes referem-se a um ângulo indicando apenas o ponto que corresponde ao seu vértice…), a distinção entre ângulo e amplitude do ângulo. Cabe ao professor de matemática o alertar constante para as diferenças entre as notações matemáticas e seus significados, como foi feito com estes alunos.

A utilização dos guiões foi fundamental para que os alunos chegassem às conclusões pretendidas. Por exemplo, na tarefa 2, cada situação do CD, aparecem no visor três segmentos de recta e pede-se apenas para o aluno verificar se é possível construir um triângulo. Se os alunos tivessem apenas esta questão, limitar-se-iam a verificar se tal era possível mas provavelmente não sentiriam necessidade de perceber porquê nem de generalizar a todos os triângulos. Desta forma o CD serviria para consolidar a aprendizagem, fazendo a verificação para três situações distintas e nada mais. Utilizando os guiões, os alunos eram levados a escrever o seu raciocínio, e antes disso a ter de o discutir com o colega. Assim, os alunos conseguiram construir o seu próprio conhecimento. Desta forma, o CD pode, de facto, contribuir na construção do processo de ensino e aprendizagem. É interessante verificar que mais de metade dos alunos consideram que com este tipo de aulas aprendem mais.

As aulas deste tipo são um permanente desafio às práticas lectivas. Desafio para o aluno que se depara com aulas diferentes, em que a reposta a um problema pode vir da manipulação de uma ferramenta informática e não de um professor; em que o colega de carteira é uma mais valia na discussão e na construção do conhecimento. Desafio para o docente na forma como decorre este tipo de aulas, onde questões relacionadas com a informática podem condicionar o decorrer das mesmas. Está sempre presente um certo receio em não conseguir responder a alguma questão quer ao nível de *hardware* quer de *software*.

Este tipo de aulas permitiu à professora e investigadora uma prática reflexiva aumentando o conhecimento sobre essa prática no sentido de transformar as aulas melhorando a acção da docente a vários níveis, como também foi referido por Oliveira e Serrazina (2002). São estas as principais razões que justificam a escolha da Investigação - Acção como metodologia de carácter qualitativo para este estudo.

Em suma, e no que respeita ao inicialmente pretendido com este estudo, podemos dizer:

1) Os alunos, em geral, sentem-se à vontade com este tipo de instrumentos e aderem de forma muito positiva a este trabalho. Assim, e uma vez que prende a atenção dos alunos, os motiva para aprender e melhora o seu empenho, o software de geometria dinâmica, contribui positivamente para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.
2) Os alunos gostam deste tipo de aulas. O ambiente em sala de aula é agradável, os alunos estão motivados, interessados e respondem com entusiasmo às tarefas que lhes são propostas. Mostram facilidade em manipular os recursos informáticos.
3) Os alunos, perante este tipo de *software*, aprendem explorando as *applets*, verificando as suas conjecturas iniciais, procurando uma resposta que os satisfaça. A aprendizagem não é centrada na figura ou discurso do professor, mas sim nas ferramentas de que o aluno dispõe e resulta, essencialmente, da experimentação, da tentativa - erro, da exploração das aplicações, da discussão em díade e do facto de terem de escrever as conclusões.

5.2 Limitações e factores que condicionaram o estudo

As limitações com que a investigadora se deparou neste estudo são de várias ordens. A primeira refere-se ao elevado número de alunos da turma: vinte e seis. Como a investigação foi inserida no decorrer normal das aulas, todos os alunos estavam envolvidos na dinâmica requerida. Para contornar situações possíveis de indisciplina, necessidade de esclarecimento de dúvidas ou questões de carácter informático, na sala de informática estavam três docentes: investigadora, uma docente que habitualmente trabalha com a turma em Estudo Acompanhado e que é também de Matemática e uma docente das TIC. Não é, como se sabe, uma situação habitual em sala de aula para estes alunos. Apenas um aluno referiu ter já trabalhado desta forma na aula.

A única área onde os alunos têm dois docentes e mesmo assim, apenas em quarenta e cinco minutos, é Estudo Acompanhado. Este número de docentes permitiu libertar a investigadora para o seu propósito.

Como para a investigação é necessário e imprescindível o uso de computadores, muitas questões podem surgir: um leitor de DVD que não abre, outro que não funciona, um CD que o computador não lê, um computador onde não se consegue instalar o programa *Java*, e tantas outras. Foi a presença da docente das TIC, e a utilização de portáteis por alguns alunos, que permitiram contornar parte destas questões.

O factor tempo é sempre uma condicionante. Os conteúdos envolvidos nas tarefas apresentadas foram repartidos em três aulas. Este tipo de actividade demora por várias razões quer de ordem técnica quer depois de ordem pedagógica e didáctica. Os alunos tinham de ir preenchendo um guião à medida que no computador observavam o que lhes era pedido. Prever o tempo necessário à realização deste tipo de tarefas não é de todo possível. O tempo é também uma condicionante por parte do docente, porque este tipo de aulas carece de uma cuidada preparação quer das tarefas quer dos materiais envolvidos.

5.3 Trabalhos futuros

Seria interessante estender este estudo a outros conteúdos, com outras tarefas e a outros anos de escolaridade. Só assim poderíamos avaliar com maior profundidade o desempenho e a autonomia dos alunos enquanto agentes da sua própria aprendizagem.

Aplicando este estudo em mais que uma turma do mesmo ano, permitiria a comparação de resultados e ainda perceber se as conclusões deste estudo podem ser generalizadas ou mais fortemente fundamentadas.

O desenvolvimento deste tipo de tarefas com regularidade poderia vir a proporcionar experiências de aprendizagem que tornem os alunos mais autónomos e mais reflexivos acerca dos conceitos e conteúdos matemáticos estudados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Ponte, J., Fonseca, H., Brunheira, L. (1999). Investigações Matemáticas na Aula e no Currículo. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Abrantes, P., Precatado, A., Lopes, A.V., Baeta, A., Ferreira, E., Amaro, G., *et al* (1998). Matemática 2001 – Recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Afonso, C. (1993). *Professores e Computadores*. Lisboa: Edições Asa.

Almeida, L. S., Freire, T. (2000). Metodologia da Investigação em Psicologia e Educação. Braga: Psiquilibrios.

Almeida, P., César, M. (2007). Contributo da Interacção Entre Pares, em Aulas de Ciências, para o desenvolvimento de Competências de Argumentação. *Interacções*. 3(6). 163-196.

Bogdan, R. C., Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Lisboa: Porto Editora.

Tradução Mª João Alvarez e Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Revisão: António Branco

Borba, M. C., Penteado, M. G. (2003). *Informática e Educação Matemática*. COLECÇÃO: Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

Candeias, N. J. (2005). Aprendizagem em Ambientes de Geometria Dinâmica. Colecção Teses. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Carmo, H., Ferreira, M. M. (1998). Metodologia da Investigação: Guia para Auto-aprendizagem. Lisboa: Universidade Aberta.

Domingos, A. M. (1994). A Aprendizagem de Funções num Ambiente Computacional com Recurso a Diferentes Representações. Colecção Teses. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Eça, T. A. (1998). *Net Aprendizagem: A Internet na Educação*. Porto: Porto Editora.

Garanderie, A. (1982). *Pedagogia dos Processos de Aprendizagem*. Lisboa: Edições Asa.

GTI – Grupo de Trabalho sobre Investigação (2002). Reflectir e Investigar sobre a prática profissional. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Jones, K. (2000). Providing a Foudation for Deductive Reasoning: Students' Interpretations when Using dynamic Software and Their Evolving Mathematical Explanations. *Educacional Studies in Mathematics.* 44(1), 55-85.

Laborde, C. (2002). Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning.* 6(3), 283-317.

Mariotti, M. A. (2000). Introduction to Proof: The Mediation of a Dynamic Software Environment. *Educational Studies in Mathematics.* 44, 25-53.

Marrades, R., Gutiérrez, A. (2000). Proofs Produced by Dynamic Computer Environment. *Educational Studies in Mathematics*. 44, 87-125.

Matos, J. F. (1997). Modelação Matemática: o papel das tecnologias de informação. *Revista Educação e Matemática.* 45, (41-43).

Moura, A., Miskulin, R., Melo, G. (2000). A Tecnologia Computacional como Potencializadora da Aprendizagem Compartilhada do Conceito Matemático. *Investigação em Educação Matemática – Perspectivas e Problemas – 2000.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 145-160.

NCTM (1991). Normas para o currículo e avaliação em Matemática escolar. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional e Associação de Professores de Matemática.

NCTM (2008). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Oliveira, I., Vieira, A., Palma, B. (1997). *A Integração dos Media na Práticas Educativas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Oliveira, I., Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. In GTI – Grupo de Trabalho de Investigação, (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (29-42). Lisboa: APM.

Oliveira, M. K. (1993). Vygotsky, Aprendizado e Desenvolvimento, um Processo Sócio-histórico. São Paulo: Prol – Editora Gráfica, Lda.

Pato, M. H. (1995). Trabalho de Grupo no Ensino Básico. Guia Prático para Professores. Lisboa: Texto Editora.

Pereira, P., Pimenta, P. (2006). Matemática a Giz de Cor, Matemática – 7º Ano – Volume 1. Lisboa: Texto Editores.

Piteira, G. S. (2000). Actividade Matemática Emergente com os Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica. Colecção Teses. Lisboa: Associação de Professores de Matemática**.**

Pitta-Pantazi, D., Christou, c. (2009). *Cognitive Styles, Dynamic Geometry and Measurement Performance. Educational Studies in Mathematics.* 70 (1), 5-26.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., *et al* (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Ponte, J. P. (1997). O Ensino da Matemática na Sociedade da Informação. *Revista Educação e Matemática*. 45, (1-5).

Ponte, J. P. (1997). *As novas tecnologias e a educação*. Lisboa: Texto Editora.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), Reflectir e investigar sobre a prática profissional (pp. 5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P., Nunes, F. & Veloso, E. (1991). *Computadores no Ensino da Matemática*. *Uma colecção de estudos de caso*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ramos, J., Teodoro, V., Carvalho, J. e Ferreira, F.(2000). Sistema de Avaliação, Certificação e Apoio à Utilização de Software para a Educação e Formação. Lisboa: Ministério da Educação e Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Ruthven, K., Hennessy, S., Deaney, R. (2008). Constructions of Dynamic Geometry: A Study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers & Education*. 51(1), 297-317.

Santos, L., Brocado, J., Pires, M., Rosendo, A. (2002). Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. Coimbra: XIEIEM.

Sprinthall, N. A., Sprinthall, R. C. (1993). Psicologia Educacional. Mc Graw Hill

Veloso, E., Fonseca, H., Ponte, J. P. & Abrantes, P. (1999). *Ensino da Geometria no Virar do Milénio*. Lisboa: DEFCUL.

ANEXOS

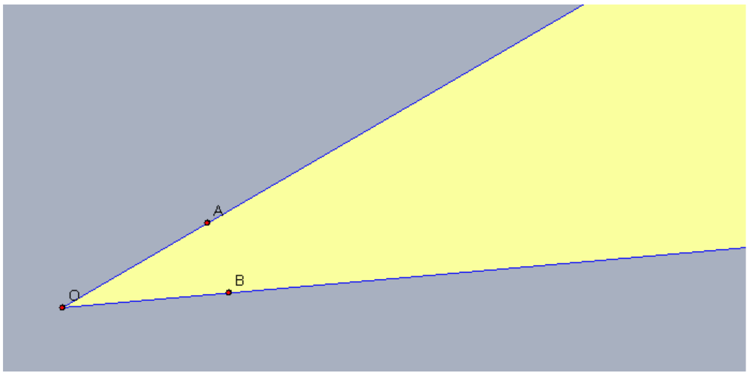
Anexo 1 – Guião da tarefa 1: Ângulos

Escola Básica 2,3 de XXXX

Guião de exploração do CD – 7º Ano (Matemática)

Ângulos

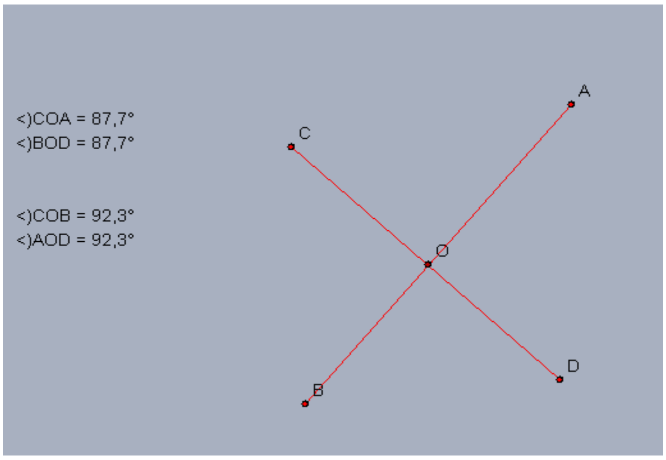
Ângulo – **superfície plana aberta compreendida entre duas semi-rectas, denominadas lados, que partem do ponto de origem comum, chamado vértice (O).**



Vejamos as seguintes situações:

1 - Move os pontos ***A***, ***B***, ***C*** e ***D***.

Que verificas?

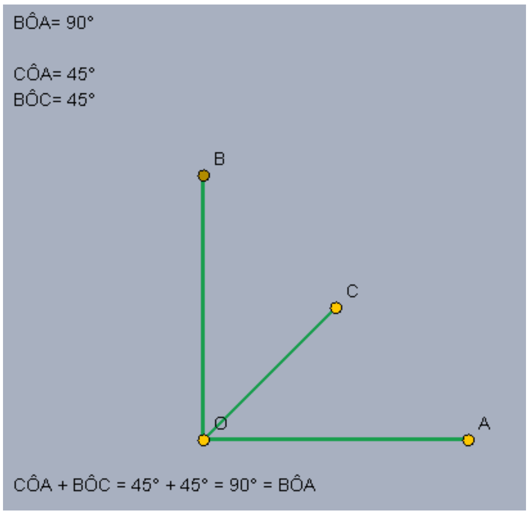


____

$$\begin{cases} COA = BOD \\ e \\ COB = AOD \end{cases}$$

Dizem-se ângulos verticalmente opostos

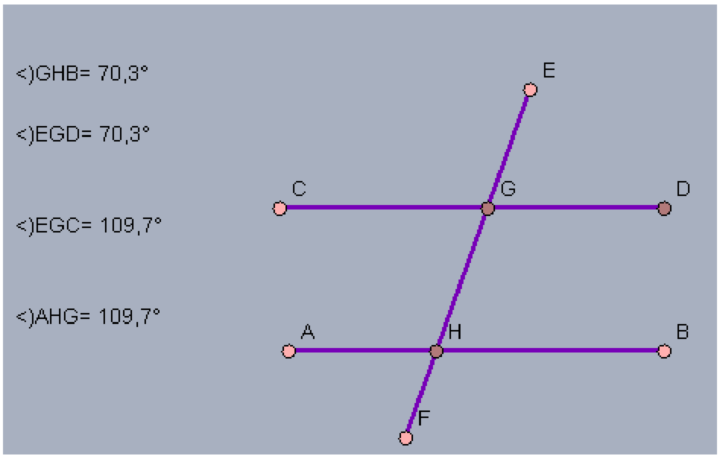
2 – Move o ponto *C*. O que observas?



____

CÔA e BÔC chamam-se ângulos complementares.

3 – Move os pontos *E* e *F*. O que verificas?



____

Aos ângulos iguais, chamamos ângulos de lados paralelos.

Tarefa realizada por:

Nome: ____________________ Nº ___

Nome: ____________________ Nº ___

Anexo 2 – Guião de tarefa 2: Desigualdade triangular

Escola Básica 2,3 de XXXX

Matemática – 7º ano

CD Giz de Cor - Unidade: Do espaço ao plano

Guião da Tarefa 2: Desigualdade Triangular

Esta tarefa está dividida em três partes.

Em cada uma delas sigam os passos, escrevendo o que vão observando.

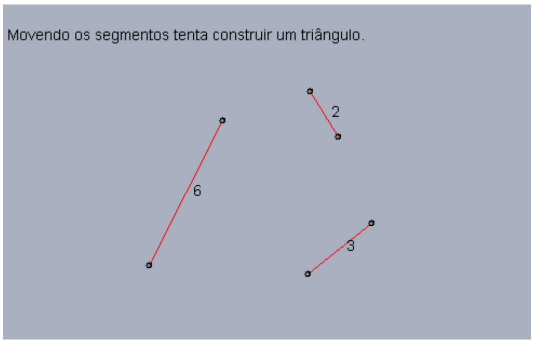
1ªParte - **Desigualdade triangular 1**

1 - Começam por abrir o CD e clicas onde diz: Do espaço ao plano;

2- De seguida clicam em 'desigualdade triangular';

3 – Clicar em 'desigualdade triangular 1'

Aí têm no visor a seguinte imagem:



Com os segmentos que vos apresentam, conseguem desenhar um triângulo?

☐ **Sim** ☐ **Não**

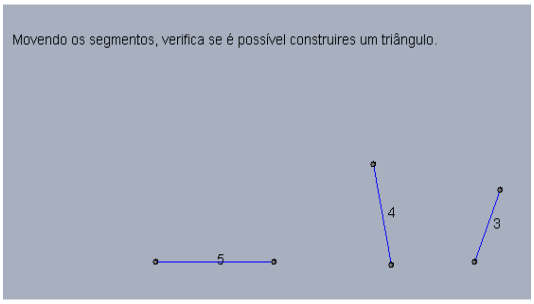
Porquê?

2ª Parte – **Desigualdade triangular 2**

1- Quando tiverem terminado, fechar a página em X.

2- Clicar agora em ‘Desigualdade triangular 2’.

Aí surge a imagem:



Com estes três segmentos, conseguem desenhar um triângulo?

Ɨ **Sim** Ɨ **Não**

Porquê?

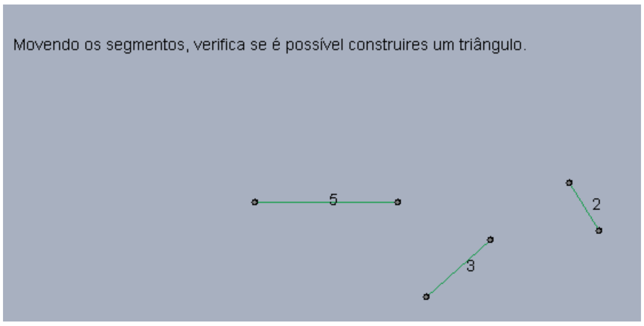
3ª Parte - Desigualdade triangular 3

1 – Mais uma vez, quando terminarem esta tarefa, fecham a página.

2 – Clicar agora em ‘Desigualdade triangular 3’

Observam então a imagem:

Com os segmentos da figura, conseguem desenhar um triângulo?



Ɨ **Sim** Ɨ **Não**

Porquê?

Observem com atenção os três passos da tarefa que acabaram de realizar no computador.

Em que situação, ou situações, foi possível desenhar um triângulo? E em que situação, ou situações, não o conseguiram fazer?

____

Escrevam uma conjectura sobre em que situações é possível a construção de um triângulo.

____

____

____

____

____

Realizado por:

Nome: __________________________________, nº___

Nome: __________________________________, nº___

Anexo 3 – Guião da tarefa 3: Ângulos e triângulos

Escola Básica 2,3 de XXXX

Matemática – 7º ano

CD Giz de Cor - Unidade: Do espaço ao plano

Ângulos e triângulos

Para executarem esta tarefa, devem seguir os exemplos pela mesma ordem que surgem no CD.

Revejam com a vossa professora a classificação de triângulos quanto aos lados:

Equilátero:

____

Isósceles:

____

Escaleno:

____

1. Clicar no primeiro exemplo que aparece: **180º**.

Completar a frase: A _______ da amplitude dos ângulos _________________ de um triângulo é ______ (propriedade já demonstrada em aula no 1º período).

2. Clicar agora no exemplo: **Ângulos externos**.

Completar: A amplitude dos ângulos ______________ de um triângulo, é igual à ________ das amplitudes dos ângulos _______________ não _________________.

3. Aparece agora o terceiro exemplo: **Equilátero**.

Movam os pontos a vermelho e respondam:

Qual a relação entre os ângulos internos de um triângulo equilátero? ____

E entre os lados? ____

Quantos eixos de simetria existem num triângulo equilátero? ______________

4. Chegou a vez do exemplo quatro: **Isósceles**.

Depois de **moverem os vértices** a vermelho, respondam:

Qual a relação entre os lados e os ângulos de um triângulo isósceles?

____

Quantos eixos de simetria podem desenhar nestes triângulos? _____________

5. O exemplo cinco é: **Escaleno**.

Movam os vértices destes triângulos e completem:

Os lados de um triângulo escaleno são ____________________ e os ângulos ____________.

6. Finalmente o exemplo seis: **Lado ângulo oposto**.

Movam os vértices dos triângulos ali desenhados e observem as amplitudes dos ângulos internos e os comprimentos dos lados.

Conseguem escrever a relação entre os lados e os ângulos internos opostos num triângulo?

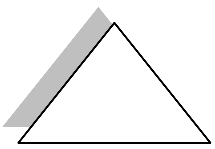
____

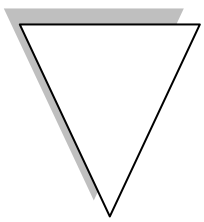
Resolvam agora os exercícios que aparecem no final da lista de exemplos!

Tarefa realizada por:

Nome: ________________________________ Nº____

Nome: ________________________________ Nº____





Anexo 4 – Carta para o Conselho Executivo

Agrupamento de Escolas de XXXX
Escola Básica 2,3 de XXXX

Para a Presidente do Conselho Executivo

Eu, Sofia Trindade, docente neste estabelecimento de ensino, venho por este meio informar o Conselho Executivo, que me encontro a elaborar uma Tese de Mestrado, para a qual necessito recolher dados de algumas aulas do segundo período da turma G do sétimo ano.

Para tal solicito a Vossa autorização, bem como a de troca de sala, por necessitar de utilizar a sala de Informática número 19.

Atentamente,

Pede deferimento

____

XXXX, 30 de Janeiro de 2009

Anexo 5 – Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Autorização

Exmo. Encarregado de Educação do(a) aluno(a) ______________________, nº__ do 7ºG

Os alunos desta turma, durante as aulas relacionadas com os conteúdos ‘Triângulos e quadriláteros’ (duas a quatro aulas), terão as mesmas numa sala de informática, utilizando o CD que acompanha os seus manuais. Para dar seguimento à minha tese de mestrado, necessito recolher dados sobre o modo como essas aulas decorrem e sobre os processos de aprendizagem dos alunos.

Para tal, necessito recolher dados, gravando a forma com os alunos realizam as tarefas propostas no computador, gravando a voz, recolhendo questionários e efectuando algumas entrevistas. As entrevistas e os questionários não servirão para a avaliação do seu educando, mas apenas para tentar compreender a percepção que tiveram das aulas e como apreenderam os conteúdos.

Em caso de transcrição das entrevistas, ou publicação dos questionários, será sempre preservado o anonimato do aluno.

Com os melhores cumprimentos,

XXXX, 20 de Fevereiro de 2009

____

(Sofia Trindade, a professora de Matemática)

Anexo 6 – Questionário após aulas de implementação das tarefas

1. Já alguma vez tinhas trabalhado desta forma nas aulas de matemática em anos anteriores?

   ____

2. O que gostaste mais nestas aulas?

   ____

3. O que gostaste menos?

   ____

4. Das três tarefas que realizaste, houve alguma que gostasses mais?

   ____

5. Gostaste de trabalhar a pares?

   ____

6. Gostaste de trabalhar com o teu par ou preferias ter sido tu a escolher ?

   ____

7. Gostavas de repetir experiências deste género ou consideras que uma por ano é suficiente?

   ____

8. Como classificas o ambiente destas aulas?

   ____

9. Achas que a tua professora esteve diferente nestas aulas ou agiu de forma habitual? Porquê?

   ____

10. O que achaste da presença de mais professoras na sala?

    ____

11. Preferes este tipo de aulas ou aquelas em que a professora expõe a matéria e depois fazes exercícios?

    ____

12. Consideras que aprendes mais, menos ou o mesmo neste tipo de aulas?

    ____

Obrigada pela colaboração! ☺